
Vorkurs Physik: Übung 05

Wintersemester 2010/11www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs1011.html

1. Determinanten

Gegeben seien die Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 15 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 7 & 4 & 2 \\ 22 & 0 & 1 & 5 \\ 78 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie für die beiden 2×2 Matrizen jeweils die Determinanten und die Determinanten der Summe. Was fällt auf?
- Berechnen Sie die Determinanten der 3×3 Matrizen nach Sarrus.
- Berechnen Sie die Determinante der 4×4 Matrix indem Sie geschickt entwickeln.
- Berechnen Sie für die beiden 2×2 und die beiden 3×3 Matrizen jeweils sowohl die Determinante des Produktes als auch das Produkt der Determinanten. Berechnen Sie auch die Determinanten des Matrixproduktes mit sich selbst.
- Berechnen Sie die Determinante der 10×10 Einheitsmatrix.
- Machen Sie sich anhand der Berechnung einer Determinante die Definition der Determinante aus dem Skript klar!

2. Matrizeninversion

- Welche der Matrizen aus der obigen Aufgabe sind invertierbar ?
- Berechnen Sie für einige der invertierbaren Matrizen A jeweils A^{-1} und überprüfen Sie, ob ihre Ergebnisse jeweils die Gleichung $A^{-1} * A = A * A^{-1} = 1$ erfüllen.

3. Drehmatrizen

Für Drehungen um die x- bzw. um die z-Achse sind die Drehmatrizen gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \text{ bzw. } \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Geben Sie die Determinanten der beiden Drehmatrizen an, die die Hintereinanderausführung einer Drehung um φ_1 um die z- und dann um φ_2 um die neue x-Achse, bzw. zuerst um φ_2 um die x- und dann um φ_1 um die neue z-Achse, beschreiben. die kombinierten Drehungen

b) Betrachten Sie nun Drehungen um jeweils 90° und geben die Drehmatrizen der beiden kombinierten Drehungen explizit an. Machen Sie sich klar, dass und warum die Ergebnisse verschieden sind.

c) Wie sieht die Drehmatrix für eine Drehung um die y-Achse aus ?