Priv.-Doz. Dr. T. Lorenz Prof. Dr. A. Schadschneider

Vorkurs Physik: Übung 04

Wintersemester 2010/11 www.thp.uni-koeln.de/∼as/vorkurs1011.html

1. Drehmatrizen

Gegeben sei die Matrix

$$D_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} .$$

a) Machen Sie sich klar, um welche Achse gedreht wird. Wie sieht die entsprechende (3x3)-Matrix aus, wenn man um die z-Achse dreht? Weshalb reicht es hier aus, eine (2x2)-Matrix zu betrachten?

b) Geben sie die Matrix D_φ für folgende Winkel an: $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_3 = \frac{\pi}{2}$ und $\varphi_4 = \pi$.

c) Veranschaulichen Sie die Wirkung von D_{φ_i} (i = 1, 2, 3, 4) auf die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

d) Die Hintereinanderausführung zweier Drehungen ist wieder eine Drehung, also muss gelten: $D_\varphi D_\vartheta = D_{\varphi+\vartheta}$.

e) Zeigen Sie für einen beliebigen Vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, dass eine Drehung dieses Vektors um den Winkel φ, d.h. $\vec{r}' = D_\varphi \vec{r}$, den Betrag des Vektors nicht ändert.

2. Matrizenmultiplikation

a) Berechnen Sie alle möglichen Matrizenprodukte:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 13 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

b) Für welche Matrizen kann man sowohl A*B als auch B*A berechnen ?
c) Welche Bedingungen muss man an A und B stellen, damit A*B=B*A gilt ?

3. Zeilen- und Spaltenrang

a) Bestimmen Sie von den Matrizen aus der obigen Aufgabe jeweils den Zeilen- und Spaltenrang und geben Sie den Rang der Matrix an.
b) Bestimmen Sie auch den Rang der (2x2)- bzw. der (3x3)-Drehamtrix aus Aufgabe 1.
c) Geniessen Sie das Wochenende !