IV. Inelastische Neutronenstreuung a) Phononen

- I. Wechselwirkung und Streugesetze
- **II. Experimentelle Methoden**
- III. Gitterdynamik in einfachen Systemen
- IV. Model-Rechnungen
- V. Strukturelle Phasenübergänge und Soft-Mode-Verhalten
- VI. Elektron-Phonon-Kopplung



**Impuls**: 
$$\vec{\mathbf{Q}} = \vec{\mathbf{k}} - \vec{\mathbf{k'}}$$
  
 $\mathbf{E} = \frac{\hbar^2 \cdot \mathbf{k}^2}{2 \cdot \mathbf{m}}$   
**Energie**:  $\mathbf{E} = \mathbf{E'} + \mathbf{E}_{Phonon}$   
 $\mathbf{E}_{Phonon} = \hbar \cdot \mathbf{\omega} = \frac{\hbar^2}{2 \cdot \mathbf{m}} \cdot (\mathbf{k}^2 - \mathbf{k'}^2)$ 

**Spin : Gesamt - Spin vorher = nachher** 



#### Born Näherung :

- zur Berechnung der der Streuintensität, benötigt : Wechselwirkung plus Zustände
- andere Richtung : gemessenes I(Q,ω) und V(r) bekannt
   → Bestimmung der Zustände λ (hier Phononen)
   dies ist das Ziel der meisten Streuexperimente

# **Streuung an einem Phonon**



# **Streuung an einem Phonon**

Anregung eines Phonons bei Streuvektor Q  $\mathbf{k_i} = \mathbf{k_f} + \mathbf{Q}$   $E_i = E_f + E_{phonon}$ Zerlegung  $\mathbf{Q} = \mathbf{G} + \mathbf{q}$ 



#### Beschreibung der Gitterdynamik in harmonischer Näherung



- hier nur 1 Atom : Harmonische Näherung : Φ(l,l') nur Terme zweiter Ordnung

$$D_{\alpha,\beta}(\underline{l},\underline{l'}) = \frac{d^2 \Phi(\underline{l},\underline{l'})}{du_{\alpha}(\underline{l}) du_{\beta}(\underline{l'})} \qquad \text{zweite Ableitungen ders Potentials}$$

Bewegungsgleichungen :

 $M\ddot{u}_{\alpha}(\underline{l}) = -\sum_{\beta,\underline{l'}} D_{\alpha,\beta}(\underline{l},\underline{l'}) u_{\beta}(\underline{l'})$  mit  $D_{\alpha,\beta}(\underline{l},\underline{l'})$  den Kraftkonstanten **ABER : es gibt 3N Gleichungen !!!!** 



- für jeden der N (~10<sup>23</sup>) möglichen q-Werte, gibt es 3 Gleichungen!

$$ar{D}_{lpha,eta}({m q}) = 1/M\sum_{{m l},eta} D_{lpha,eta}({m l},0)exp(-i{m q}{m l}) 
onumber \ \omega_0^2 {m e} = ar{D}\cdot {m e}$$

Standard Eigenwert-Problem  $\rightarrow$  3 Lösungen  $\omega_j(q)$  und  $e_j(q)$   $\overline{D}_{\alpha,\beta}(\underline{q}) = 1/M \sum_{\underline{l},\beta} D_{\alpha,\beta}(\underline{l},0) exp(-i\underline{q}\underline{l})$  ist die dynamische Matrix

- erlaubt die Berechnung der Streuintensitäten (Quantenmechanik)

allgemeiner Fall : r Atome in der primitiven Zelle
3r Moden zu jedem q
e(q) Polarizationsvektor 3r-dimensional
D(q) dynamische Matrix ist 3r\*3r-dimensional
Phononendispersion : q-Abhängigkeit von ω



q

#### N erlaubte q-Werte !!!!

# **Ein-Phononen-Streuquerschnitt**

$$(\frac{d^{2}\sigma}{d\Omega dE'})^{\pm} = (k'/k)\frac{(2\pi)^{3}}{2v_{0}}\sum_{\underline{\tau}}\sum_{j,\underline{q}} |G_{j}(\underline{q},\underline{Q})|^{2} \quad dynam. Strukturfaktor \cdot \frac{1}{\omega_{j}(\underline{q})} \quad 1/Energie-Term \cdot (n(\omega_{j}(\underline{q})) + 1/2 \pm 1/2) \quad Bose-Faktor \cdot \delta(\omega \mp \omega_{j}(\underline{q})) \cdot \delta(\underline{Q} \mp \underline{q} - \underline{\tau})$$
  
Energie und Impuls Erhaltung



$$n(\omega_j(\underline{q})) = \frac{1}{exp(\frac{\hbar\omega_j(\underline{q})}{kT}) - 1}$$

**Bose-Faktor** 

verschwindet für T $\rightarrow$ 0 nähert sich (kT/h $\omega$ ) bei hohen T

# **Dynamischer Struktur-Faktor**

$$G_{j}(\underline{q},\underline{Q}) = \sum_{d} \frac{b_{d}}{\sqrt{m_{d}}} \cdot \exp(-W_{d}(\underline{Q}) + i\underline{Q}\underline{d}_{d}) \cdot (\underline{Q} \cdot \underline{e}_{d}^{j}(\underline{q}))$$

Summer über die Atome

Interferenzterm mit Debye-Waller \*

#### Polarisationsterm \*\* nur **Q** parallel **e** !!!

- \* und \*\* nicht trennbar: volle Rechnung notwendig
- Beispiel: longitudinale Mode in [100]-Richtung :

\*\* (h00) sind optimale Q-Werte

\* für kleine q : (h00) sollte starker Bragg-Punkt sein







## **Reziproker Raum von Neon**



#### Wie bestimmt man einen Punkt auf der Phononendispersion?

Q-konstant : E variabel E-konstant : Q variabel



Prinzipielle Arbeitsweise : 3-Achsenspektrometer

-Einstellen von  $k_i$ ,  $k_f$  und  $Q \rightarrow S(Q,E)$ aber endliches Integrationsvolumen

alle Auflösungen in Q und E sind gaussisch

$$R(\omega - \omega_0, \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_0) = R_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\Delta \mathscr{Q} \mathsf{M} \Delta \mathscr{Q}\right),$$

where

$$\Delta \mathcal{Q} \approx \left(\frac{m_{\rm n}}{\hbar Q_0}(\omega - \omega_0), Q_{\parallel} - Q_0, Q_{\perp}, Q_z\right),$$

- Integration im vierdimensionalen Raum (Q,E)

**Prinzipielle Arbeitsweise :** 

#### **3-Achsenspektrometer**



-generell : Kompromiss hohe Auflösung 🗇 Intensität

Beispiel : Strahldivergenzen größer → mehr Neutronen passieren ABER Q schlechter definiert

Wie kann man am effektivsten die Auflösung verbessern? Schlagwort : Symmetrie ; Gleichmäßigkeit Einsetzen von Kollimatoren → Abschneidung besser Verwendung von Monochromatoren mit kleinerem d-Wert (oder höher indiziert)

#### Monochromatoren



Faustformel : höhere Streuwinkel → bessere Auflösung

a) höhere Auflösung ⇔ höhere Indizierung
b) Arbeiten mit kürzeren Wellenlängen (kalte Neutronen)

### Monochromatoren

Table 3.1. Some important properties of materials that are (or have been)used for neutron monochromator crystals. The last column is the ratio of theincoherent to the total scattering cross section.

		Lattice parameter					
		a	C		$F/v_0$	$G_{hkl}$	$\sigma_{ m inc}/\sigma_{ m scat}$
Material	Structure	(Å)	(Å)	(hkl)	$(10^{11} \text{ cm}^{-2})$	$(Å^{-1})$	(%)
Beryllium	hcp	2.2854	3.5807	(002)	0.962	3.5095	0.02
				(110)	0.962	5.4985	
Iron	bcc	2.86645		(110)	0.802	3.1000	3.4
Zinc	hcp	2.6589	4.9349	(002)	0.376	2.5464	1.9
$PG^{a}$	layer	2.4612	6.7079	(002)	0.734	1.8734	0.02
				(004)	0.734	3.7467	
Niobium	bcc	3.3008		(200)	0.392	3.8071	0.04
Nickel ( <sup>58</sup> Ni)	fcc	3.52394		(220)	1.316	5.0431	0
Copper	fcc	3.61509		(220)	0.653	4.9159	6.8
Aluminum	fcc	4.04964		(220)	0.208	4.3884	0.55
Lead	fcc	4.9505		(220)	0.310	3.5898	0.03
Silicon	diamond	5.43072		(111)	0.147	2.0039	0.2
				(220)	0.207	3.2724	
				(311)	0.147	3.8372	
Germanium	diamond	5.65776		(111)	0.256	1.9235	2.1
				(220)	0.362	3.1411	
				(311)	0.256	3.6832	

<sup>*a*</sup> PG = pyrolytic graphite.

#### Monochromatoren

Table 3.2. The performance at  $\lambda = 1.27$  Å of different monochromators (Riste and Otnes, 1969). PG stands for pyrolytic graphite.

Crystal	Reflection	η (')	$\mathscr{R}_{ heta}$	$\mathscr{R}_{ heta}/\eta$	$\mathscr{R}_{\lambda}$ (0.01 Å)	$\mathscr{R}_{p}$
Be	002	22	11	0.5	1.1	0.42
Cu	111	22 <sup>±</sup>	4.7	0.19	0.53	0.14
Zn	002	34	13.6	0.39	1.9	0.31
Ge	111	18	4.8	0.27	0.9	0.21
PG	002	68	58	0.86	8.7	0.74

- pyrolithischer Grafit ist mit Abstand am besten ! !!

### **PG-Monochromator**



### **Constant Q-Scan**

-Frage : Was hält man fest  $E_i$  oder  $E_f$ 

- mit Änderung der Eergie (i oder f) ändert sich die entsprechende Auflösung, Reflektivität
- -man hält besser  $E_f$  fest , denn Monitor korrigiert Änderung der Monochromatorreflektivität



### **Constant Q-Scan**

-Abhängigkeit des Phasenraums des Analysators (Integrationsvolumen, Reflektivität)

$$V_f = \frac{\overline{k}_f^3}{\tan \theta_A} R_A(\overline{k}_f) V_f',$$

 - k<sub>f</sub><sup>3</sup>-Term : kleine Endenergien kosten viel Intensität (aber bringen Auflösung!)

### Fokussierung - Krümmung



Fig. 3.5. Beam profile as a function of degree of focusing. Diagrams represent from top to bottom  $R = \infty$  (flat monochromator), R greater than focusing value, R satisfying focusing condition, and R less than focusing value (from Nunes and Shirane, 1971).

-fokussierende Monochromatoren : vertikal oder vertikal plus horizontal - Analysatoren : horizontal (da Detektor längs)

### **Fokussierung intrinsisch**





Fig. 4.5. Examples demonstrating focusing for  $Q_{\parallel}$ . Dashed line: cross section of the resolution ellipsoid in the (a)  $\omega - Q_{\parallel}$  plane, and (b)  $\omega - Q_{\perp}$ ; solid line: projection of the ellipsoid onto each plane. Calculated for  $Q = 0.5 \text{ Å}^{-1}$ ,  $E_f = 14.7 \text{ meV}$ , horizontal collimations of 40'-40'-40', and  $\eta_{\rm M} = \eta_{\rm A} = 24'$ . Note that conditions for focusing in  $\omega - Q_{\parallel}$  are best at the extremes of energy transfer; the long axis of the resolution ellipsoid rotates as  $\hbar\omega$  changes.

#### - auch longitudinal gibt es Fokussierungseffekte !

Prinzipielle Arbeitsweise : 3-Achsenspektrometer



## **Fokussierung intrinsisch**



### Höhere Ordnungen

-wenn der (002)-Reflex E=14.7meV reflektiert, passiert 4\*14.7meV über den (004)-Reflex → λ/2-Kontamination und analog ...
-Problem bei Monochromator und Analysator !
Lösung Filter

a) Be-Filter unterdrückt  $k < 1.55 A^{-1}, \lambda < 4.1 A$ muss man kühlen



Fig. 3.12. Transmission of a 15-cm length of polycrystalline beryllium as a function of wavelength measured at T = 300 K and 80 K (from Tennant, 1988).

### **b) PG-Filter**

#### - pyrolithischer Graphit : (001)-orientiert



Fig. 3.13. Total cross section per atom of pyrolytic graphite (PG) as a function of energy for an incident neutron beam aligned along the c-axis (from Loopstra, 1966). The numbers correspond to scattering by various Bragg reflections.





B. Hennion



K	E	Velocity	Lambda	2 <sup>nd</sup> order (3rd)	1st order
[A <sup>-1</sup> ]	[meV]	[m/s]	[A]	[% of 1st order]	[%]
1.49	4.6	938	4.22	3 (50 %)	95
1.64	5.57	1030	3.83	3.4 (4 %)	82
1.97	8.04	1240	3.19	20	89
2.37	11.6	1490	2.65	30	90
2.571	13.70	1620	2.44	0.1	88
2.662	14.68	1680	2.36	0.2	86
3.4	24	2140	1.85	45	70
3.7	28.4	2330	1.7	36	81
3.84	30.6	2420	1.64	10	64
4.1	34.8	2580	1.53	8	63
4.4	42	2830	1.4	27	67

- magische Zahlen !

## **IN14 kaltes Dreiachsenspektrometer ILL**



# IN14 kaltes Dreiachsenspektrometer ILL

**monochromator** PG (002) (d = 3.355 Å) (vertically focussing) flux at sample ki=2.66 Å<sup>-1</sup>; PG-filter 3.4 x 10<sup>7</sup> n cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> ki=1.55 Å<sup>-1</sup>; Be-filter 1.6 x 10<sup>7</sup> n cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> ki=1.05 Å<sup>-1</sup>; Be-filter 4.8 x 10<sup>6</sup> n cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>



# IN8 thermisches Dreiachsenspektrometer ILL



# IN8 thermisches Dreiachsenspektrometer ILL

Monochromator CrystalW x H (mm²) ki/Å-1 flux/108 n cm-2 s-1(expected)PG (002) double focusing233x1972.6625.54.115Cu (200) double focusing233x1974.16.5Si (111) vert. foc., horiz. bent 260x1975.0Si (111) vert. foc., horiz. bent 260x1975.0Useful range of $k_i 2.6......9$  Å-1

# PUMA thermisches Dreiachsenspektrometer FRM-II





# PANDA kaltes Dreiachsenspektrometer FRM-II





- Monochromator bestimmt Energiefenster
- Chopper öffnet kurz  $\rightarrow$  Neutronenpackete
- Streuprozess → Änderung der Energie (Geschwindigkeit)
- mehrere 100 Detektoren



Bild Komarek

# **III Phononen in einfacher Struktur**

- Neon (Ne)
- fcc-Gitter
- ein Atom in der primitiven Zelle









-ein Atom → 3 Zweige
entlang [x00] und [xxx] Entartung
-Zweige stossen bei bestimmten
q-Werten zusammen

# **Reziproker Raum von Neon**



#### Wie bestimmt man einen Punkt auf der Phononendispersion?

Q-konstant : E variabel E-konstant : Q variabel



# **NaCI-Struktur**

- fcc-Gitter
- primitive Zelle : ein Cl<sup>-</sup>-Ion bei (000) und ein Na<sup>+</sup>-Ion bei  $(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2})$
- zwei fcc-Gitter um  $(\frac{1}{2}\frac{1}{2})$  verschoben







- zwei Atome  $\rightarrow$  6 Zweige aber Entartung !!!

akustische optionen o

optische Phononen!





LO-TO-Aufspaltung gross

akustische und optische Phononen mischen

#### -Wechselwirkung zwischen Zweigen gleicher Symmetrie keine Kreuzung sondern Lücke !!!

# **Gitterdynamik in Perowskit-Verbindungen**



# **Gitterdynamik in Sr<sub>2</sub>RuO<sub>4</sub>**



# IV. Model-Rechnungen

Gitterdynamik wird beschrieben durch die dynamische Matrix

$$\omega^2 \underline{e} = \overline{D} \underline{e}$$

$$D_{lpha,eta}(d,d') = rac{1}{(m_d m_{d'})^{1/2}} \sum_{\underline{l'}} \Phi_{lpha,eta}(\underline{0}d,\underline{l'}d') exp(i \underline{q} \underline{l'}) \; ,$$

 $\Phi_{\alpha,\beta}(0d, l'd')$  denote the force constants between the atoms d and d' in by <u>l</u> shifted cells

 Problem : Welche Kraftkonstanten und wie viele? Beschränkung auf nahe Nachbarn und Symmetrie
 einfacher Fall : Potential V(r) nur durch Abstand bestimmt

 $\rightarrow$  Beschreibung mit 2 Kraftkonstanten (Born von Karman)

$$\Phi_{R}(\underline{l}d,\underline{l'}d')=rac{\partial^{2}V}{\partial r^{2}}|_{r=r_{o}}$$

radiale Kraftkonstante

$$\Phi_T(\underline{l}d, \underline{l'}d') = 1/r rac{\partial V}{\partial r}|_{r=r_o}$$

transversale Kraftkonstante

u

# **Model-Rechnungen**

-Problem : Reichweite ! Coulomb-Potential fällt mit 1/r
 → erstelle ein Potential und ermittle Kräfte (Ewald-Methode)
 - abstossendes Potential : Born-Mayer-Potential

 $V(r) = B*exp(-r/r_0)$  nur 2 Parameter per Paar

-van der Waals :  $V(r) = C/r^6$ 

- Polarisation des einzelnen Atoms : Schalen-Modell

Selbst ein einfaches (falsches?) Modell ist sehr hilfreich :

- a) Entartungen
- b) irreduzible Darstellungen (welche Zweige kreuzen?)
- c) dynamische Strukturfaktoren  $\rightarrow$  Vorhersage der "guten" Q-Werte

### V. Strukturelle Phaseübergänge soft modes



-strukturelle Phasenübergänge von aktuellem Interesse mikroskopische Mechanismen nur durch INS zugänglich
- kontinuierlicher Übergang ⇔ Symmetrie ⇔ soft-mode
- Entsprechung : Polarisierung der weichen Phononmode Verzerrung der Tieftemperaturstruktur
-nahe dem Übergang : starke Dämpfung :

- anharmonische Effekte
- kritische Phänomene

#### Beispiel: ferroelektrischer Übergang im Perowskit



Perowskit ABO<sub>3</sub> ==> 5 Atome ==> 15 Zweige kubisch → nur 4 Gamma-Moden -eine TO-Frequenz verschwindet nahezu





# Translationssymmetrie wird gebrochen $\rightarrow q \neq (0,0,0)$



-Weichwerden in Phononendispersion und T-Anhängigkeit !

- Landau-Theorie: klassische mean-field Theorie ohne Fluktuationen  $G=G_0+0.5a(T-T_c)Q^2+uQ^4+...$  Q – order parameter  $1/\omega^2$  – entsprechende Suszeptibilität  $Q^2=1/4(a/u)(T_c-T)$  für T<T<sub>c</sub>  $\omega^2 = a (T-T_c)$  für T>T<sub>c</sub>  $\omega^2 = 2a(T_c-T)$  für T<T<sub>c</sub> Hartwerden

# Soft mode Übergang in SrTiO<sub>3</sub>

300

250



150

Temperature (K)

200

100

0.0

0

,50



-dominanter displaziver Charakter -nahezu vollständiges Erweichen

-siehe auch : Manganate, Kuprate Kobaltate, Ruthenate, ...

# Soft-mode Übergang in La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>





Typische Drehwinkel : von 3° in Kupraten bis zu ~15° in Manganaten oder Kobaltaten



# **Spin-Peierls Übergang in CuGeO**<sub>3</sub>



Hase et al., PRL 1993





### **Gitterdynamik von CuGeO<sub>3</sub>**



### **Gitterdynamik von CuGeO<sub>3</sub>**



# **VI. Elektron-Phonon-Kopplung**

#### stärkste Ankopplung typisch für Moden mit q in Brillouin-Zone → inelastic neutron scattering (INS)



-Elektron-Phonon-Kopplung sichtbar als Frequenzrenormierungen ⇔ Dips ⇔ "Phononen-Anomalien"

# Phasendiagramm von Ba<sub>1-x</sub>K<sub>x</sub>BiO<sub>3</sub>







**Komplexes Phasendiagramm :** 

- Oktaeder-Drehungen und Ladungsordnung
- Supraleitung nur in engem Sr-Konzenztrationsbereich und bei speziellem Dreh-Schema

Pei et al., PRB (1990), Braden et al., PRB (2001)

Supraleitung

# **Polarisationsmuster der Bindungsstreckschwingungen entlang** [100]



# **Over-Screening**



# **Over-Screening**



# Dispersion der longitudinalen Bindungsstreckschwingungen



Dotierungsgetriebene Renormierung von Frequenzen um >40% ! Inhomogene Ladungsverteilung

 $YBa_2Cu_3O_7$  T<sub>c</sub>=90K





 $YBa_2Cu_3O_7$  T<sub>c</sub>=90K





W. Reichardt, J.of low Temp. Phys., 105, 8007 (1996). auch : Petrov et al. cond-mat/0003414 McQueeney et al., cond-mat/0105593

# Zusammenfassung Phononen

- zur Bestimmung einer Phononen-Dispersion bleibt die inelastische Neutronenstreuung die effizienteste Technik !
- -Verbindungen von aktuellem Interesse (HTSC, Quasi-Kristalle, CMR-Manganate, heavy fermions, ...) : in vielen Fällen ist die Gitterdynamik wichtig

- Materialien von aktuellem Interesse sind zunehmend komplex; Fortentwicklung der experimentellen und Analyse-Techniken ist sehr wichtig.