

VIII. Magnetismus

VIII.1 Grundlagen

VIII.2 Langevin'scher Diamagnetismus

VIII.3 Paramagnetismus

VIII.4 Magnetische Ordnung

VIII.5 Magnetische Anregungen - Magnonen

VIII. Magnetismus

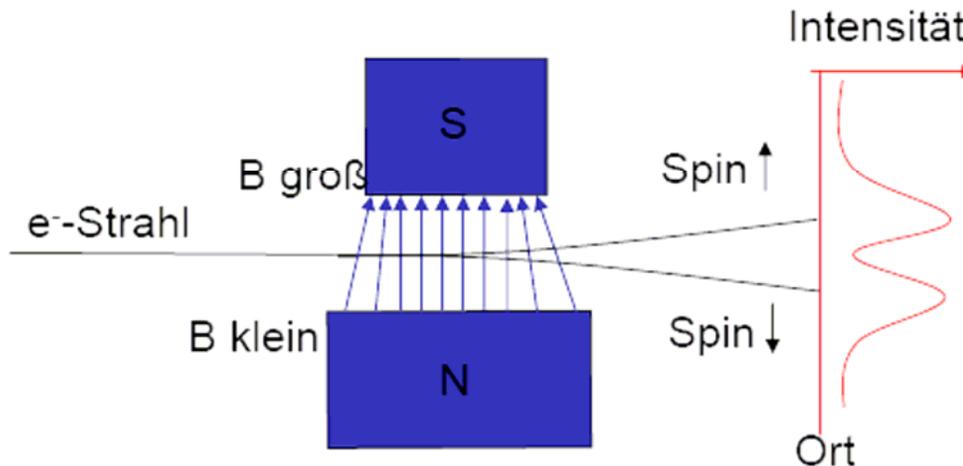
VIII.1 Grundlagen

Elektronen haben einen **Spin** $\frac{1}{2}$ und ein magnetisches **Dipolmoment**

$$\mu_e = -2\mu_B S,$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Stern-Gerlach-Experiment



Das magnetische Dipolmoment des Elektrons durch seinen Spin $S = \pm 1/2$ wird sichtbar, bei Ablenkung eines Elektronenstrahls im inhomogenen Magnetfeld. (1924: Stern und Gerlach)

Magnetische Materie

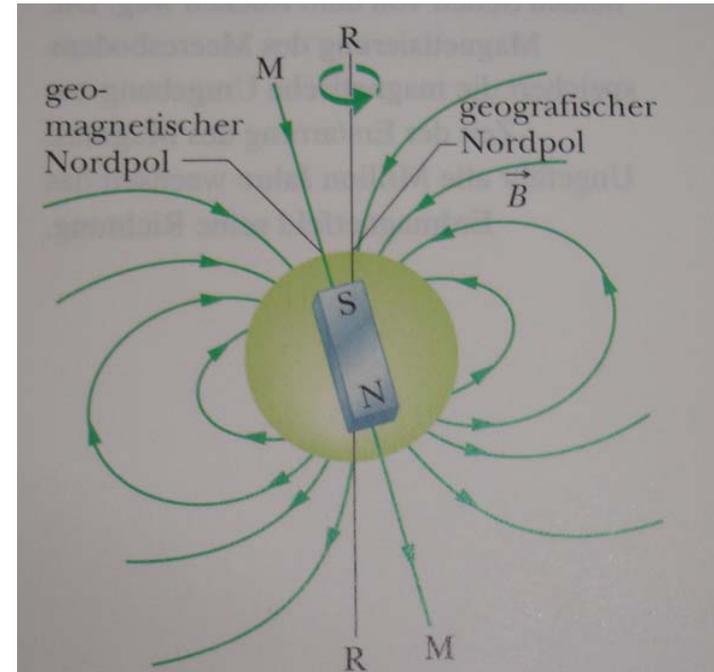
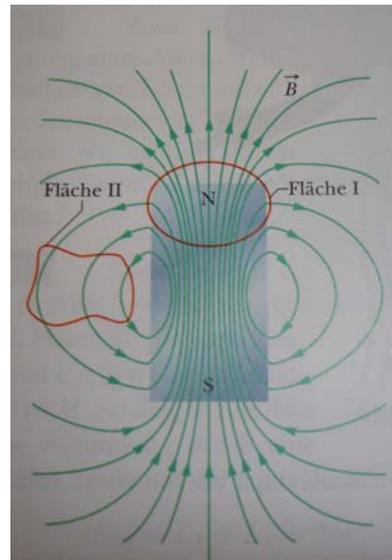
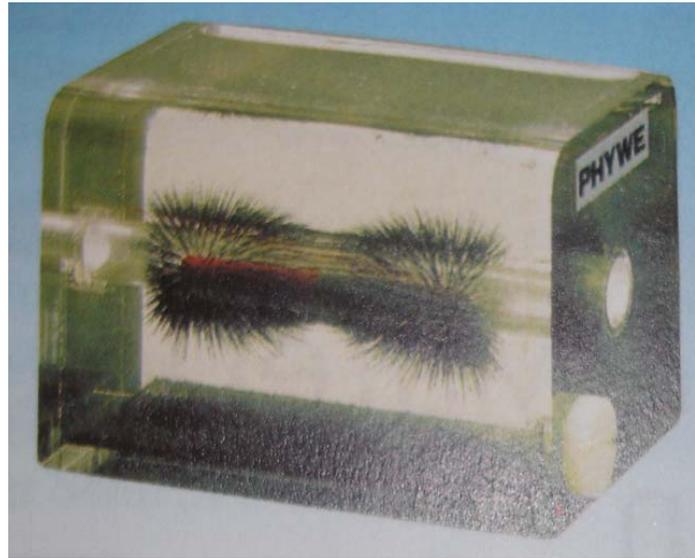
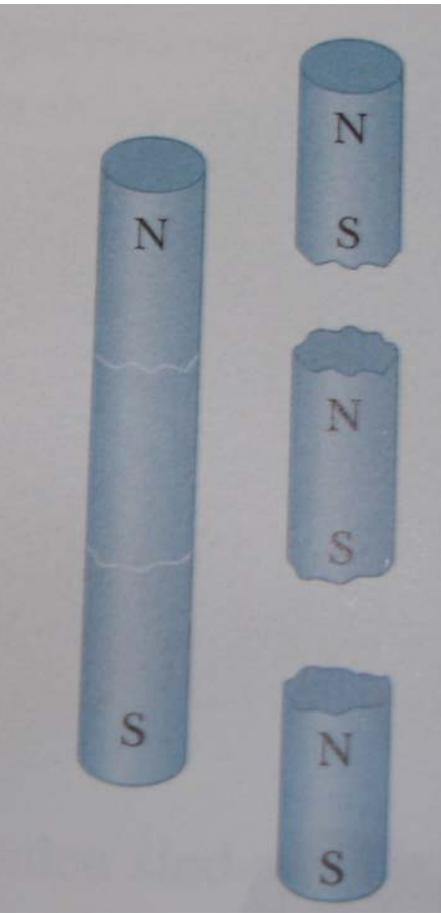


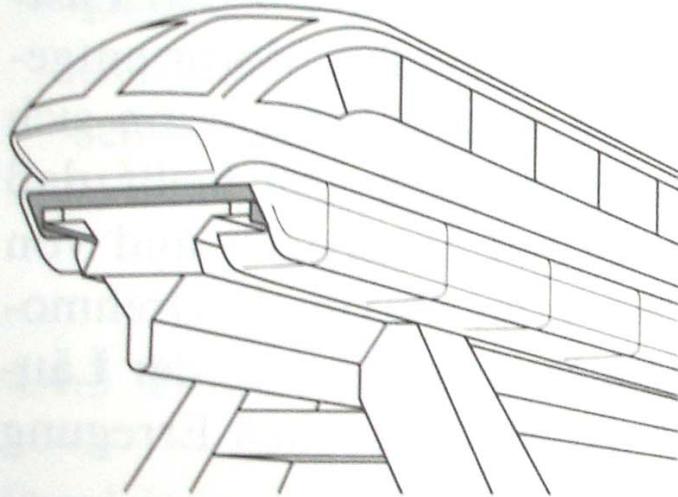
Abb. 32-4

Das Magnetfeld der Erde als Dipolfeld. Die Dipolachse MM steht in einem Winkel von $11,5^\circ$ zur Rotationsachse RR der Erde. Der Südpol des Dipols liegt auf der Nordhalbkugel der Erde.



Transrapid

technisches Prinzip
Regelung 30000Hz



Gleitschiene
Spurführungsmagnet
Fahrbahnmagnet
(Langstator)
Fahrzeugmagnet

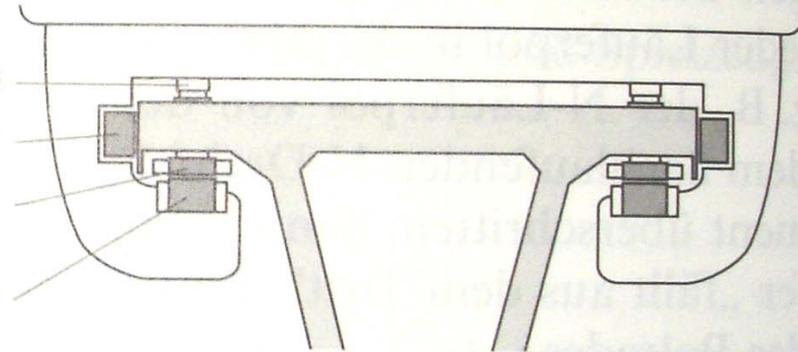
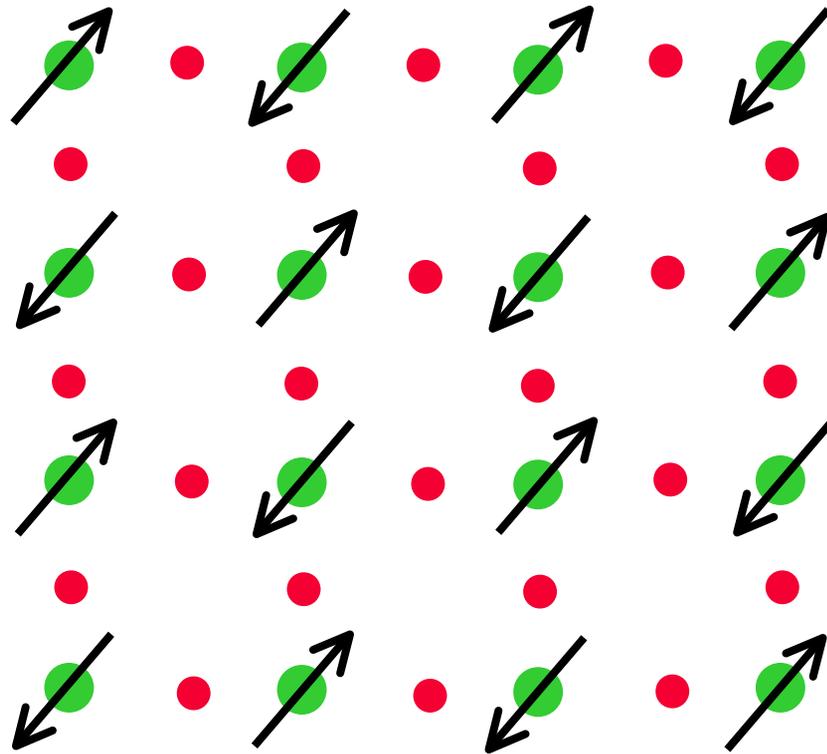


Abb. 4.65 Transrapid: Am Fahrzeug befinden sich die Fahrzeugmagnete, die als Tragemagnete den Zug von der Gleitschiene abheben und als Pole des Linearmotors vom Wanderfeld im Langstator gezogen werden.

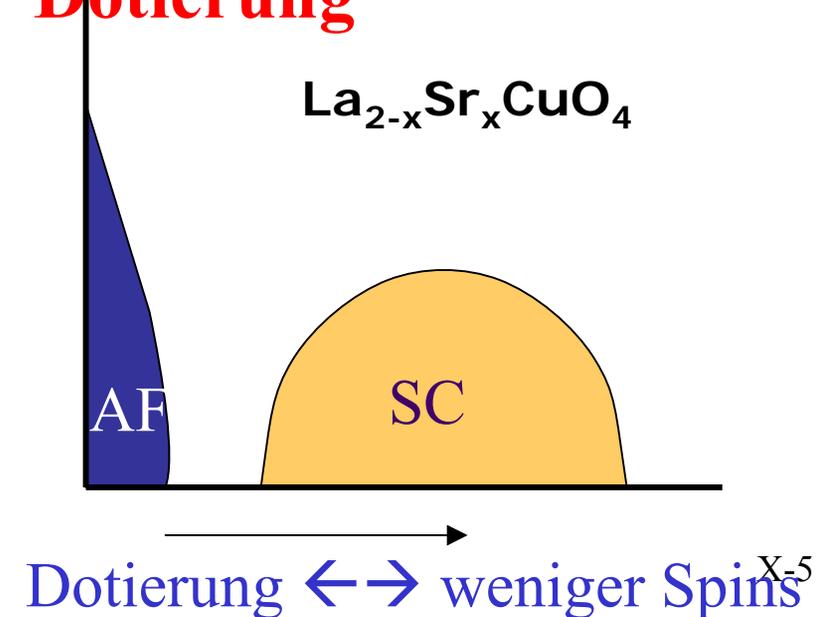
Eine CuO_2 -Ebene : Antiferromagnetismus



● Oxygen ● Cu

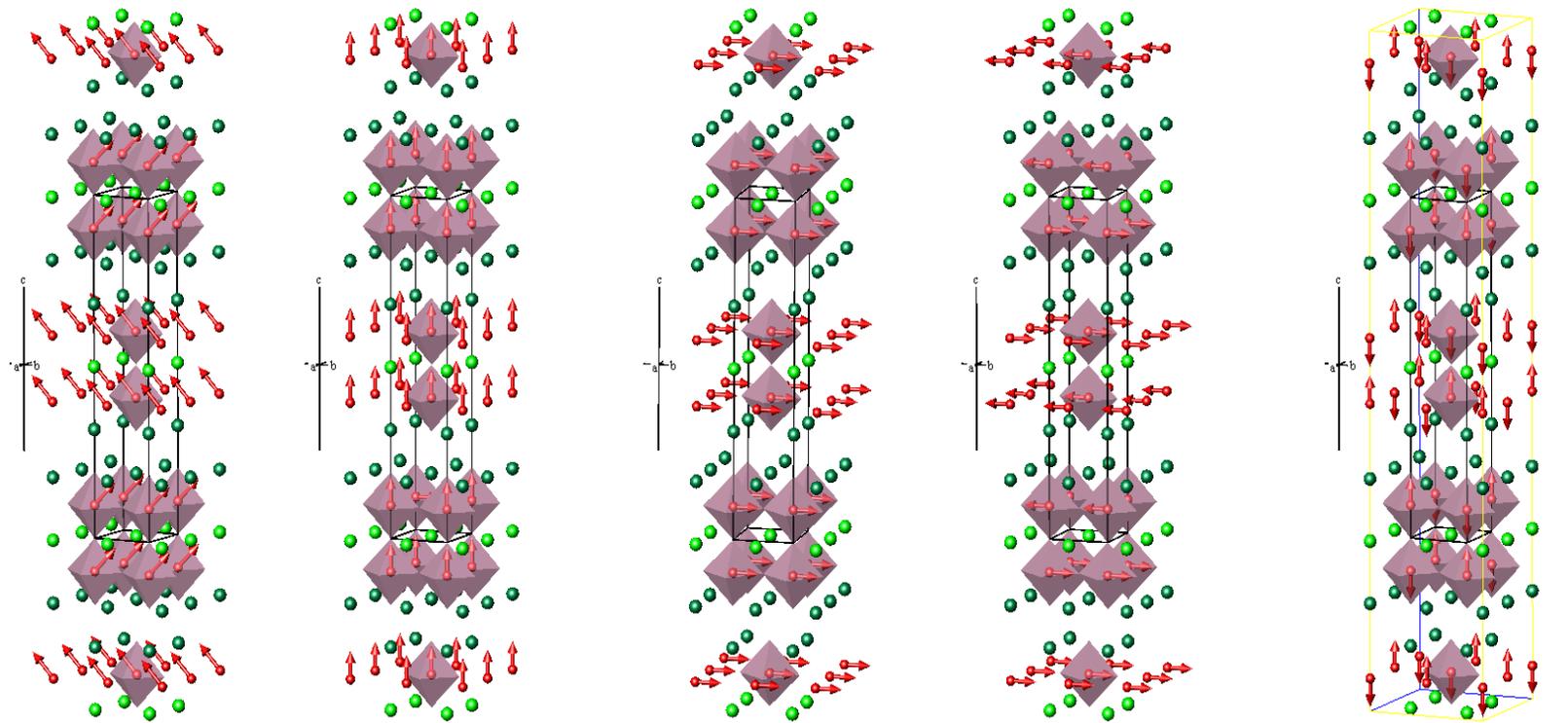
Dotierung mit Löchern
←→ Entnahme von Spins

**Supraleitung bei spezieller
Dotierung**



Beispiel: 3-dimensionale Magnetstrukturen

$\text{La}_{2-2x}\text{Sr}_{1+2x}\text{Mn}_2\text{O}_7$ (P. Radelli, ISIS)



CAF (A')

FM(c)

FM(ab)

AFM(A)

AFM(G)

0.00

0.30

0.32

0.34

0.40

0.50

1.00

Mn^{3+}

x in $\text{La}_{2-2x}\text{Sr}_{1+2x}\text{Mn}_2\text{O}_7$

Mn^{4+}

Das magnetische Feld in Materie

Wie im Fall des elektrischen Feldes gilt das Ampère'sche Gesetz für *alle* Ströme:

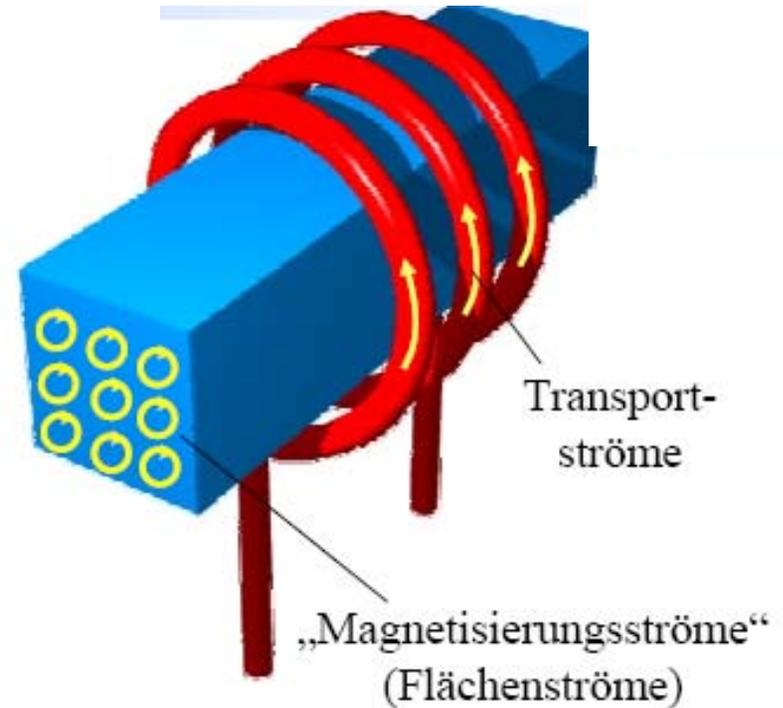
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Dabei gibt es zwei prinzipiell unterschiedliche Arten von Strömen, d.h.:

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{Trans.}} + \vec{j}_{\text{Mag.}}$$

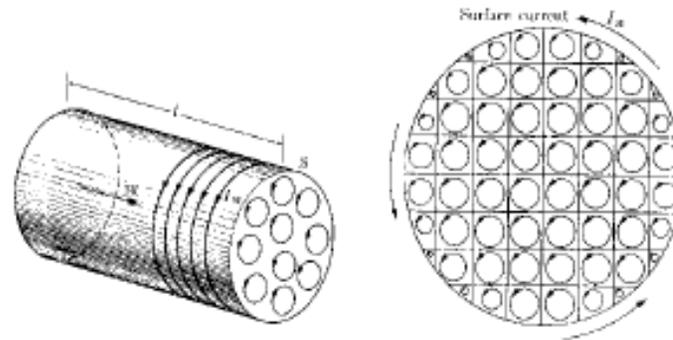
Transportstrom
(von außen aufgeprägt, Spule usw.)

Mikroskopische
Ströme in
Anwesenheit des
Magnetfeldes



Die mikroskopischen Ströme bestimmen das magnetische Verhalten eines Stoffes. Man definiert das Feld der Magnetisierung durch:

$$\vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{j}_{\text{Mag.}}$$



-Ursache der Beiträge in der Materie :

Ströme (Mikroskopische, orbitale Momente)

Spin der Elektronen und Kerne \rightarrow magnetische Dipolmomente

Kern-Spins können in der Regel vernachlässigt werden

Einsetzen in das Ampère'sche Gesetz ergibt:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j}_{\text{Trans.}} + \vec{\nabla} \times \vec{M} \right)$$
$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{j}_{\text{Trans.}}$$

Nun wird durch

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

ein neues Feld definiert, dessen Ursache die makroskopischen Transportströme sind, denn es ist jetzt:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{\text{Trans.}}$$

Ohne mikroskopische Ströme

gilt also: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

Häufig findet man experimentell, dass die Magnetisierung proportional zu dem durch die Transportströme erzeugten Feld ist, also:

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

Dabei ist χ_m die sog. „magnetische Suszeptibilität“. Sie ist eine Materialkonstante und beschreibt das Bestreben der magnetischen Dipole, sich im Feld auszurichten. Damit folgt:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_r\mu_0\vec{H}$$

Die Permeabilität μ_r eines Materials hängt also direkt mit der Suszeptibilität χ über $\mu_r = 1 + \chi$ zusammen.

Experimentell findet man, dass es Stoffe gibt mit:

$\chi > 0$: paramagnetische Stoffe
(Al, Pt, O₂)

$\chi < 0$: diamagnetische Stoffe
(H₂O, Cu, Bi)

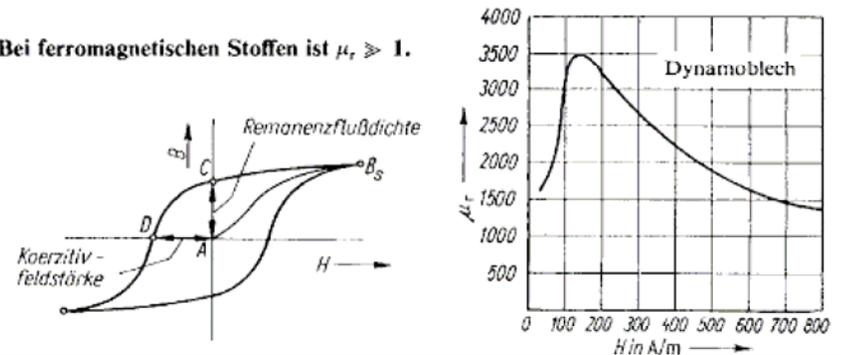
Die Permeabilität μ_r kann also größer oder kleiner als Eins sein, im Gegensatz zur Dielektrizitätskonstante ϵ_r , für die immer $\epsilon_r > 1$ gilt.

Magnetische Suszeptibilität χ

Magnetic Susceptibilities at Room Temperature

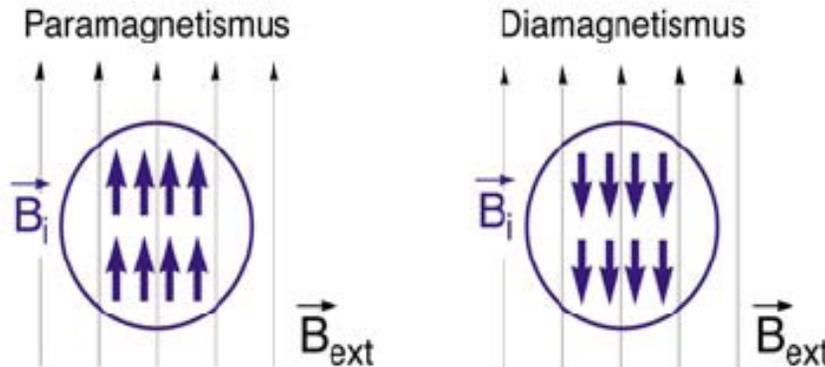
Diamagnetic substances	χ_m	Paramagnetic substances	χ_m
Hydrogen (1 atm)	-2.1×10^{-9}	Oxygen (1 atm)	2.1×10^{-6}
Nitrogen (1 atm)	-5.0×10^{-9}	Magnesium	1.2×10^{-5}
Sodium	-2.4×10^{-6}	Aluminum	2.3×10^{-5}
Copper	-1.0×10^{-5}	Tungsten	6.8×10^{-5}
Bismuth	-1.7×10^{-5}	Titanium	7.1×10^{-5}
Diamond	-2.2×10^{-5}	Platinum	3.0×10^{-4}
Mercury	-3.2×10^{-5}	Gadolinium chloride (GdCl ₃)	2.8×10^{-3}

Bei ferromagnetischen Stoffen ist $\mu_r \gg 1$.



Magnetische Effekte

Induziert durch äußeres Magnetfeld:
(kleine magn. Momente, $B_i \ll B_{ext}$)



Man unterscheidet vier magnetische Effekte:

Nur im äußeren Magnetfeld:

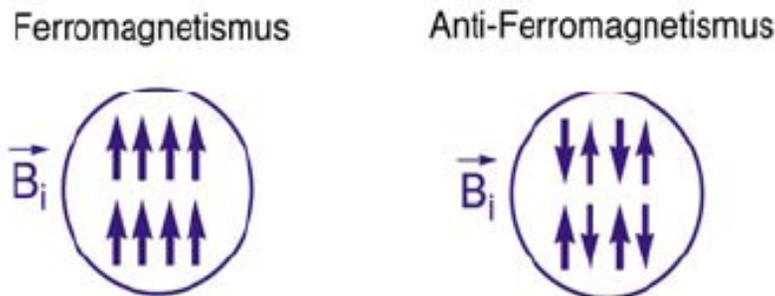
Paramagnetismus $\chi > 0$,

$$\mu_r = 1 + \chi > 1$$

Diamagnetismus $\chi < 0$,

$$\mu_r = 1 + \chi < 1$$

Spontan durch Austauschwechselwirkung:
(große magn. Momente, $B_i \gg B_{ext}$)



Spontaner Magnetismus:

Ferromagnetismus

Anti-Ferromagnetismus

Magnetische Eigenschaften: Periodensystem der Elemente

H ¹ D																	He ² D	
Li ³ P	Be ⁴ D											B ⁵ D	C ⁶ D	N ⁷ D	O ⁸ P	F ⁹	Ne ¹⁰ D	
Na ¹¹ P	Mg ¹² P											Al ¹³ P	Si ¹⁴ D	P ¹⁵ D	S ¹⁶ D	Cl ¹⁷ D	Ar ¹⁸ D	
K ¹⁹ P	Ca ²⁰ P	Sc ²¹ P	Ti ²² P	V ²³ P	Cr ²⁴ P	Mn ²⁵ P	Fe ²⁶ F	Co ²⁷ F	Ni ²⁸ F	Cu ²⁹ D	Zn ³⁰ D	Ga ³¹ D	Ge ³² D	As ³³ D	Se ³⁴ D	Br ³⁵ D	Kr ³⁶ D	
Rb ³⁷ P	Sr ³⁸ P	Y ³⁹ P	Zr ⁴⁰ P	Nb ⁴¹ P	Mo ⁴² P	Tc ⁴³	Ru ⁴⁴ P	Rh ⁴⁵ P	Pd ⁴⁶ P	Ag ⁴⁷ D	Cd ⁴⁸ D	In ⁴⁹ D	Sn ⁵⁰ D	Sb ⁵¹ D	Te ⁵² D	I ⁵³ D	Xe ⁵⁴ D	
Cs ⁵⁵ P	Ba ⁵⁶ P	La ⁵⁷ P	Hf ⁷² P	Ta ⁷³ P	W ⁷⁴ P	Re ⁷⁵ P	Os ⁷⁶ P	Ir ⁷⁷ P	Pt ⁷⁸ P	Au ⁷⁹ D	Hg ⁸⁰ D	Tl ⁸¹ D	Pb ⁸² D	Bi ⁸³ D	Po ⁸⁴	At ⁸⁵	Rn ⁸⁶	
Fr ⁸⁷ P	Ra ⁸⁸	Ac ⁸⁹																
			Ce ⁵⁸ P	Pr ⁵⁹ P	Nd ⁶⁰ P	Pm ⁶¹	Sm ⁶² P	Eu ⁶³ P	Gd ⁶⁴ P	Tb ⁶⁵ P	Dy ⁶⁶ P	Ho ⁶⁷ P	Er ⁶⁸ P	Tm ⁶⁹ P	Yb ⁷⁰ P	Lu ⁷¹		
			Th ⁹⁰	Pa ⁹¹	U ⁹²	Np ⁹³	Pu ⁹⁴	Am ⁹⁵	Cm ⁹⁶	Bk ⁹⁷	Cf ⁹⁸	Es ⁹⁹	Fm ¹⁰⁰	Md ¹⁰¹	No ¹⁰²	Lr ¹⁰³		

- Verhalten bei Raumtemperatur
- Ferromagnete: Fe, Co, Ni
- Keine Angaben für radioaktive Elemente
- Zusätzlich magnetisch: Legierungen, Verbindungen

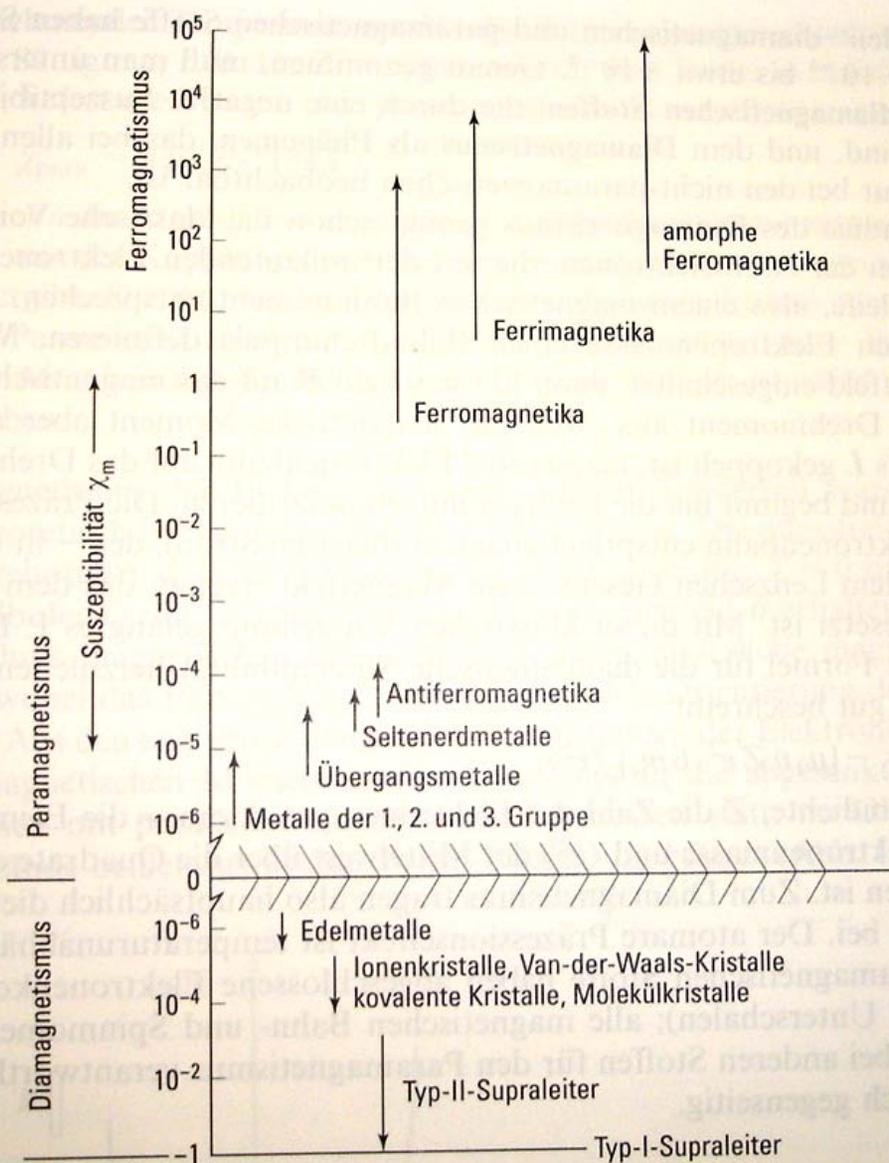
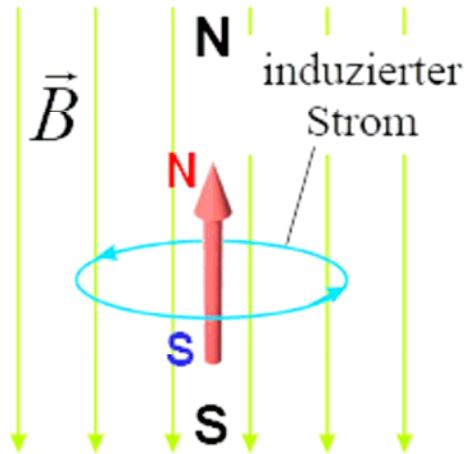


Abb. 14.5 Übersicht der magnetischen Suszeptibilitäten verschiedener Stoffklassen. Die Pfeilspitzen liegen ungefähr bei den Maximalwerten (aus Bd. 6, Kap. 8).

Experimentelle Bestimmung der magnetischen Eigenschaften

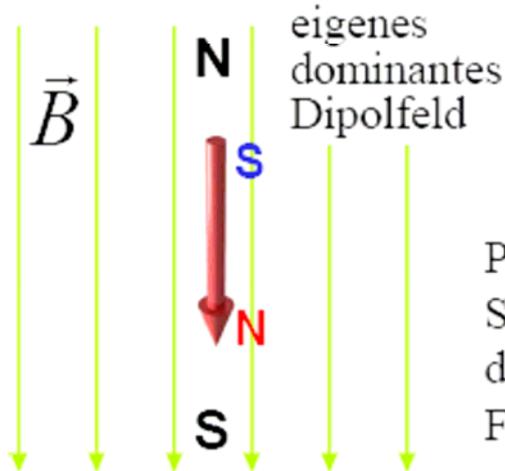
(i) Diamagnetismus:



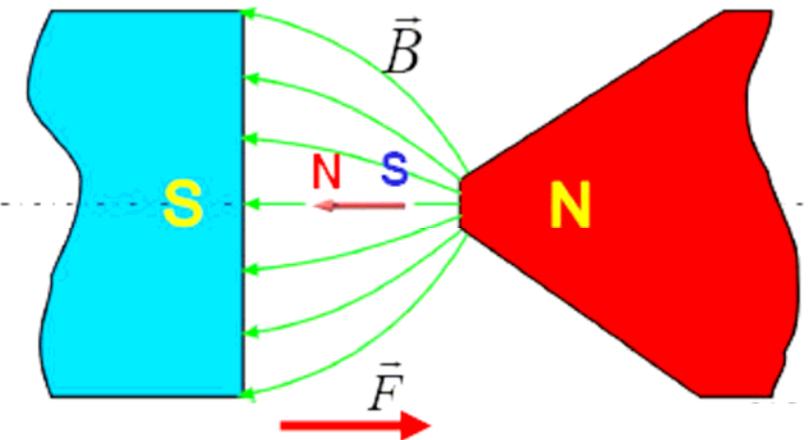
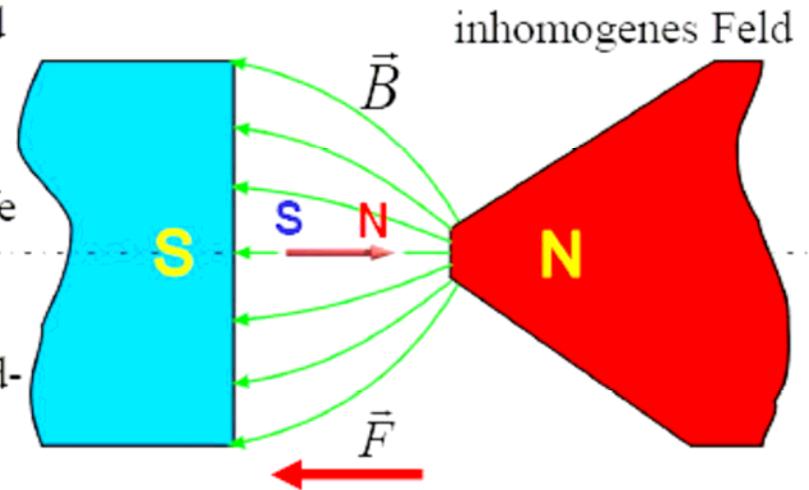
Das Dipolmoment wird durch das äußere Feld induziert (Lenz'sche Regel)

Diamagnetische Stoffe werden im inhomogenen Feld in den Bereich kleinerer Feldstärke gedrängt

(ii) Paramagnetismus:

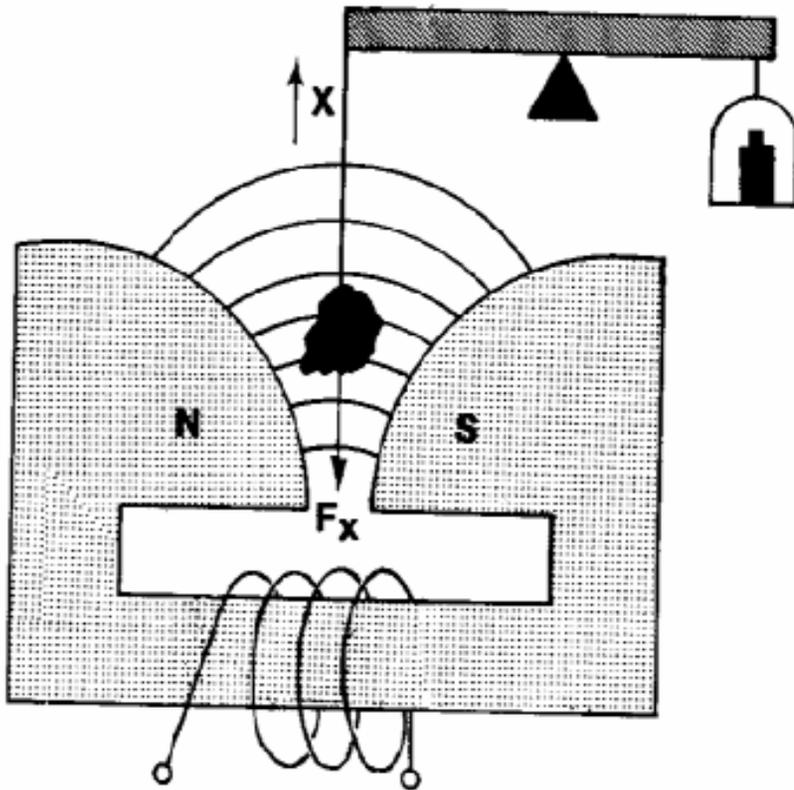


Paramagnetische Stoffe werden in den Bereich höherer Feldstärke gezogen.



Faraday-Waage Experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität

$$F = V\chi H \frac{dH}{dx}$$



F ... Kraft in der x Richtung

V ... Volumen der Probe

χ ... Suszeptibilität der Probe

H ... magnetische Feldstärke

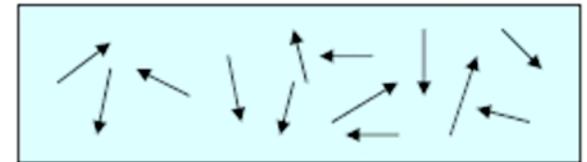
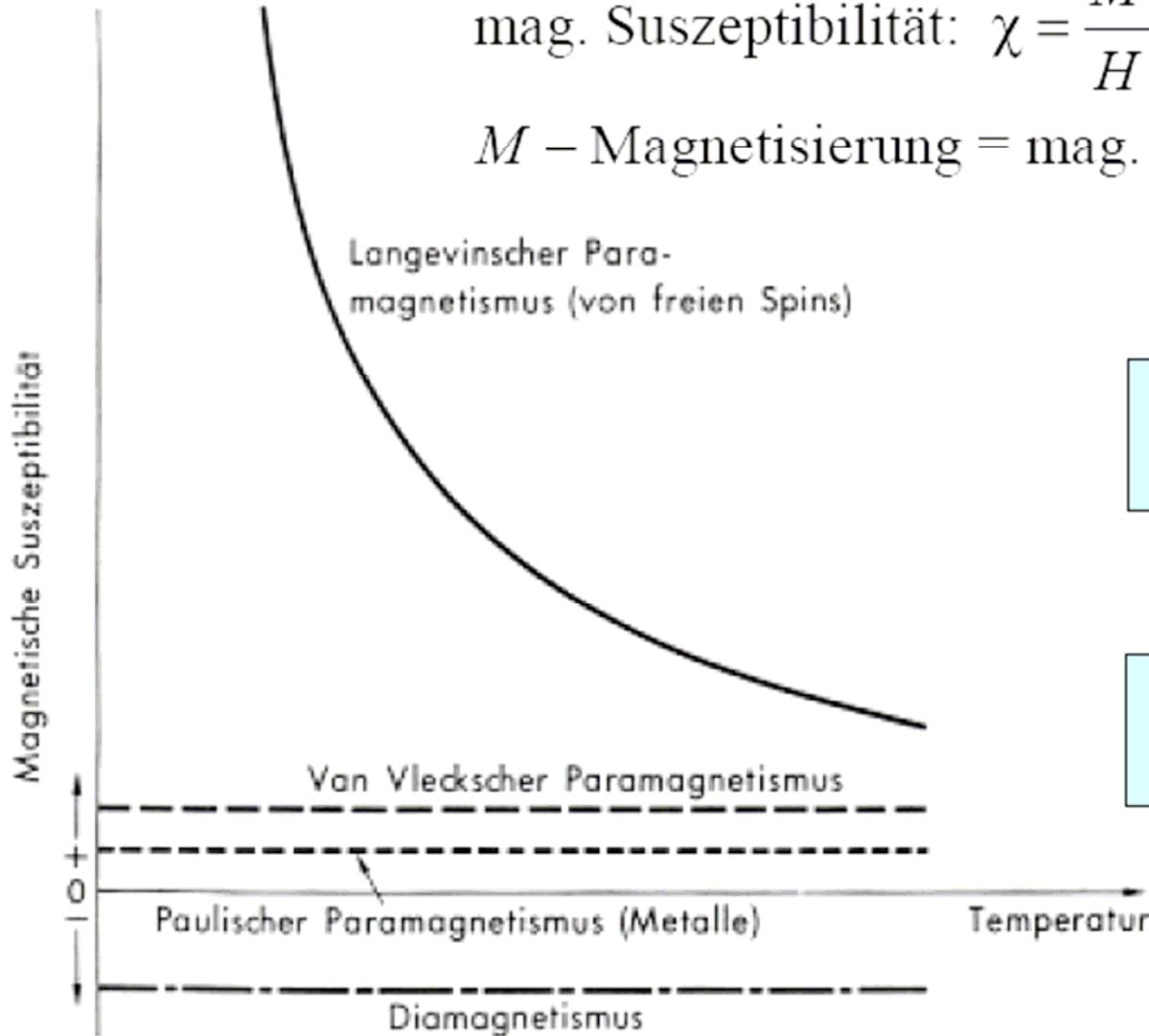
dH/dx ... Gradient der Feldstärke

Die (magnetische) Suszeptibilität χ charakterisiert die magnetischen Eigenschaften der Werkstoffe

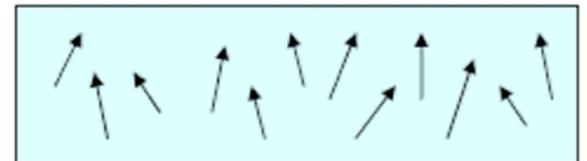
Die Magnetische Suszeptibilität

mag. Suszeptibilität: $\chi = \frac{M}{H} = \frac{\mu_0 M}{B}$

M – Magnetisierung = mag. Moment pro Volumen



$$H = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$



$$H > 0 \Rightarrow \sum M > 0$$

VIII.2 Langevin'scher Diamagnetismus

Der Strom I verursacht von Z Ladungen ($-e$) durch ihre Lamor-

Präzession mit $\omega = eB/(2m)$ ergibt sich zu $\Rightarrow I = \underbrace{(-Ze)}_{\text{Ladung}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{eB}{2m}\right)}_{\substack{\text{Umläufe pro} \\ \text{Zeit}}}$

Das magnetische Moment μ einer Stromschleife ist:

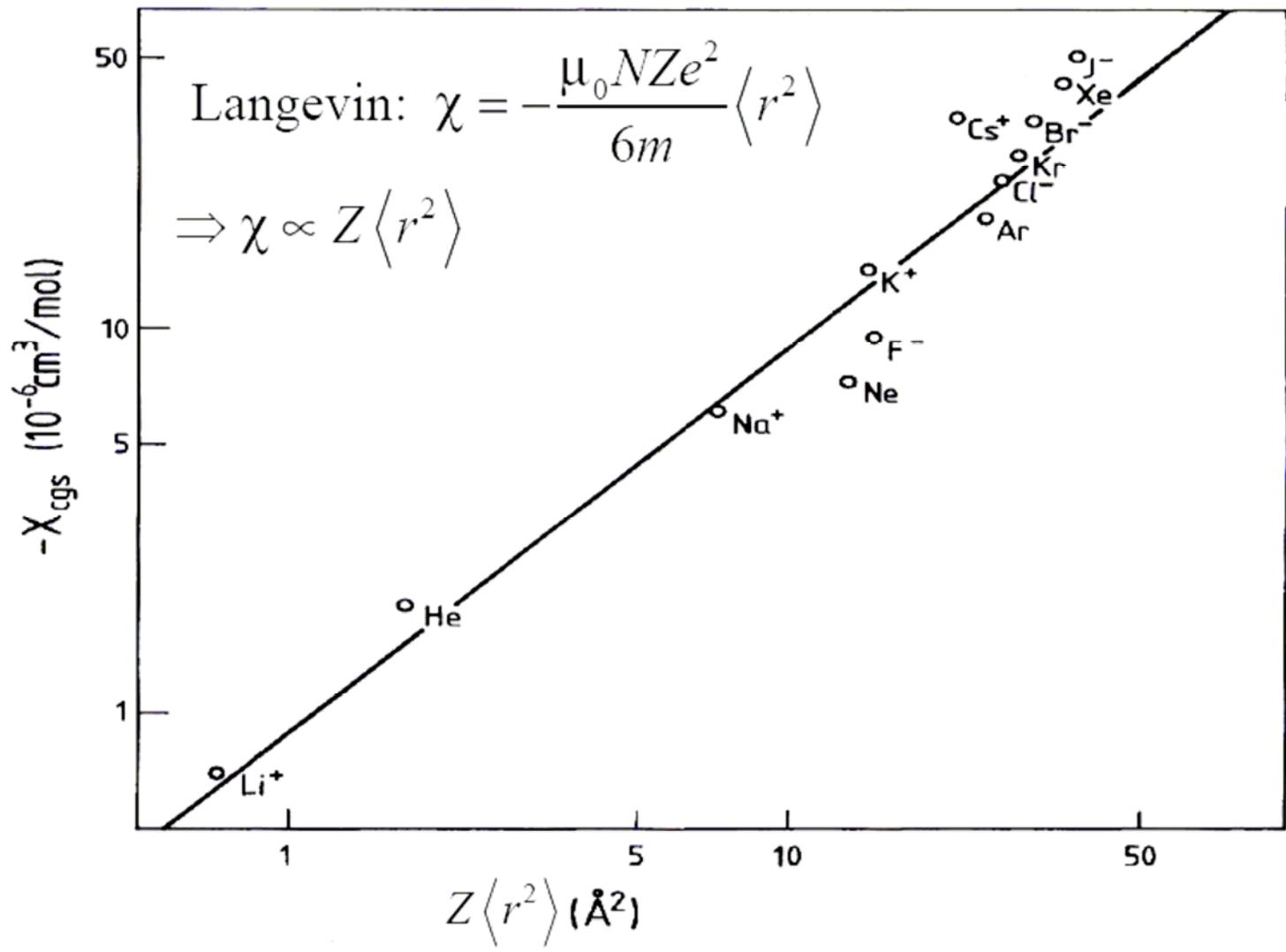
$$\mu = I \cdot A = -\frac{Ze}{2\pi} \frac{eB}{2m} \cdot \pi \rho^2 \Rightarrow \mu = -\frac{Ze^2 B}{4m} \langle \rho^2 \rangle$$

Dabei ist $\langle \rho^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$ das mittlere Abstandsquadrat des Elektrons von der Feldachse. Für eine Kugelsymmetrische Ladungsverteilung ist:

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle \Rightarrow \langle r^2 \rangle = \frac{3}{2} \langle \rho^2 \rangle$$

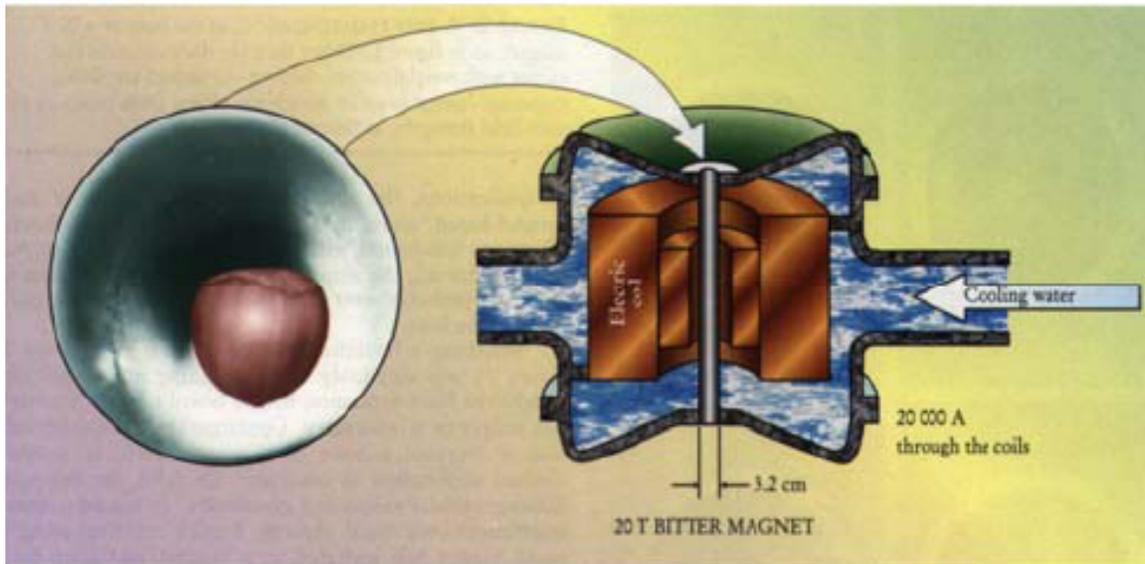
Für die magnetische Suszeptibilität ergibt sich dann das Ergebnis von

$$\text{Langevin: } \chi = \frac{\mu_0 N \mu}{B} = -\frac{\mu_0 N Z e^2}{6m} \langle r^2 \rangle < 0 \Rightarrow \text{Diamagnetisch!}$$



Kraft auf Diamagneten: fliegende Frösche

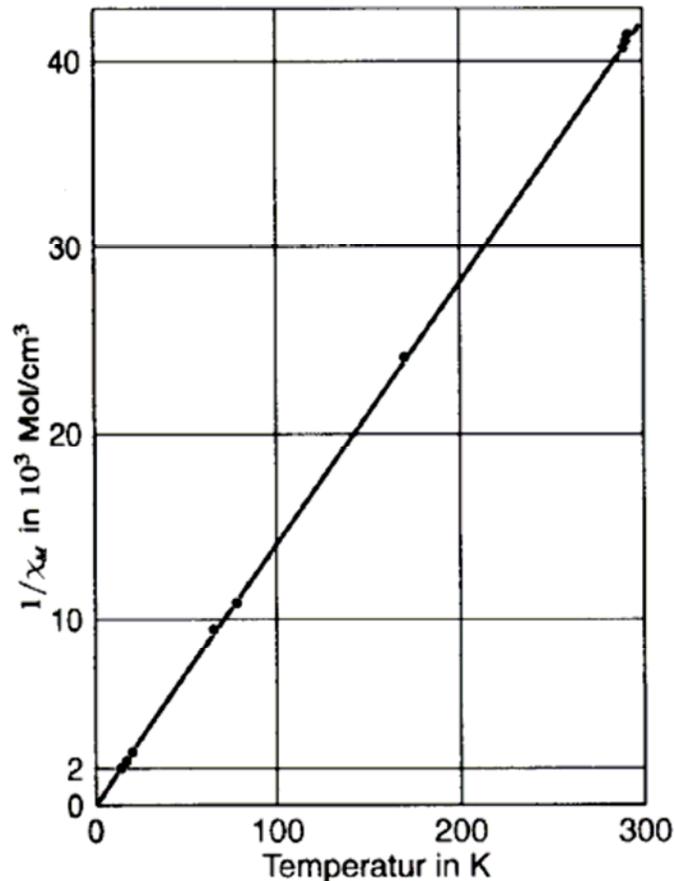
Sehr starke räumliche Änderung des Magnetfeldes: Kraft auf Diamagnet entgegen Schwerkraft, z.B. am Ende von supraleitendem 20 T - Magneten



Untersuchung diamagnetischer
Materialien in Schwerelosigkeit

VIII.3 Paramagnetismus

Prinzip : Ionen haben ein **magnetisches Dipomoment**, das im Feld Energie gewinnen kann durch Einstellung parallel zum äußeren Feld. Dabei wird Energie verloren.



Curie-Gesetz:

$$\chi = \frac{C}{T}$$

mit $C = \frac{N g^2 (J(J+1)) \mu_B^2}{3k_B}$

(effektive Zahl von
Bohrmagnetonen)²

Berechnung J, L, S :
Hundsche Regeln

Hund'sche Regeln :

Im freien Atom oder Ion ist die Besetzung der Elektronenzustände durch die Hund'schen Regeln beschrieben.

→ daraus ergibt sich Gesamtspin S , orbitales Moment und Gesamtdrehimpuls J

Hundsche Regeln:

1. Der Gesamtspin S besitzt den maximalen Wert, der durch das Pauli-Prinzip zugelassen ist.
2. Der Bahndrehimpuls L hat den Maximalwert, der mit dem obigen Wert von S konsistent ist.
3. Der Gesamtdrehimpuls J ist gleich $|L-S|$, wenn die Schale weniger als halbvoll ist, und gleich $L+S$, wenn sie mehr als halbvoll ist. Ist die Schale gerade halbgefüllt, so ergibt die Anwendung der 1. Regel $L=0$ und damit $J=S$.

Achtung : Im Festkörper sind zusätzlich die Kristall-Felder zu berücksichtigen.

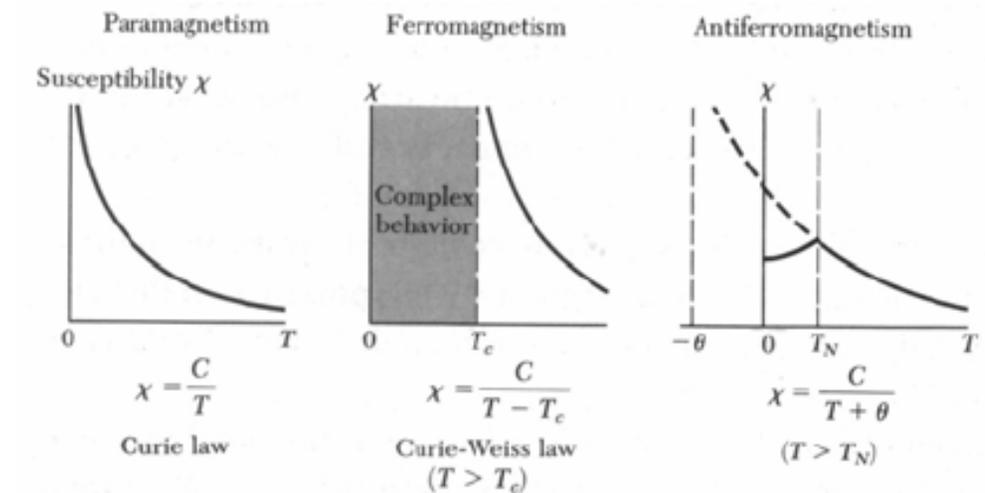
Curie-Gesetz für Paramagneten

Für Raumtemperatur ergibt sich näherungsweise

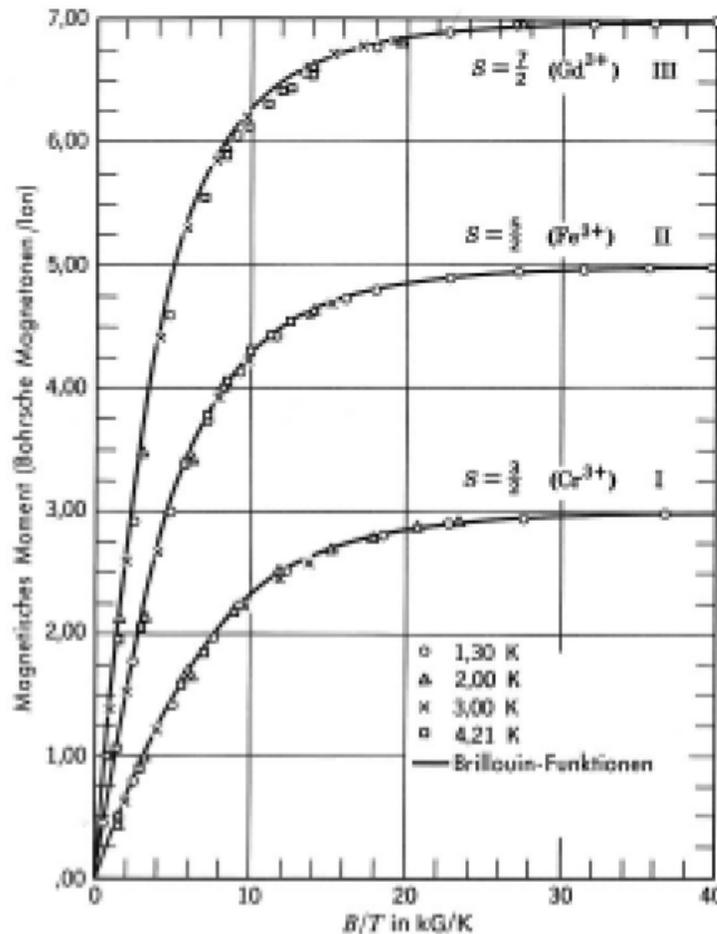
$$M_{\text{para}} = \frac{n_0 \mu_B^2 p^2 B_{\text{ext}}}{3k_B T} \quad \text{bzw.} \quad \chi = \frac{M_{\text{para}}}{H} = \frac{\mu_0 M_{\text{para}}}{B_{\text{ext}}} = \frac{n_0 \mu_0 \mu_B^2 g^2 J(J+1)}{3k_B T}$$

mit der effektiven Magnetonzahl $p = g \sqrt{J(J+1)}$. Es ist also

Curie-Gesetz $\chi = \frac{C}{T}$ mit $C = \frac{n_0 \mu_0 \mu_B^2 g^2 J(J+1)}{3k_B}$



Brillouin : Magnetisierung als Funktion von B und T



Curie-Brillouin-Gesetz:

$$M = NgJ\mu_B B_J(x), \quad x = gJ\mu_B B/k_B T$$

Brillouin-Funktion:

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \tanh^{-1}\left(\frac{2J+1}{2J} x\right) - \frac{1}{2J} \tanh^{-1}\left(\frac{1}{2J} x\right)$$

J – Gesamtdrehimpuls, $g \approx 2.00$

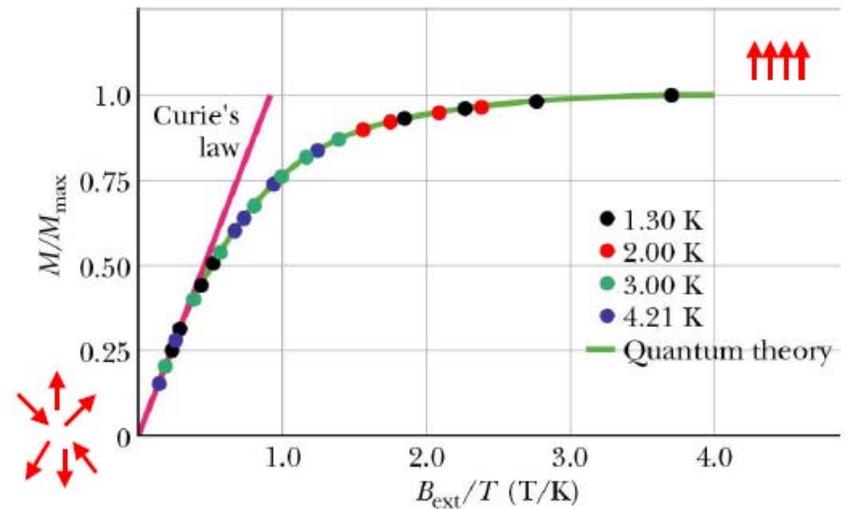
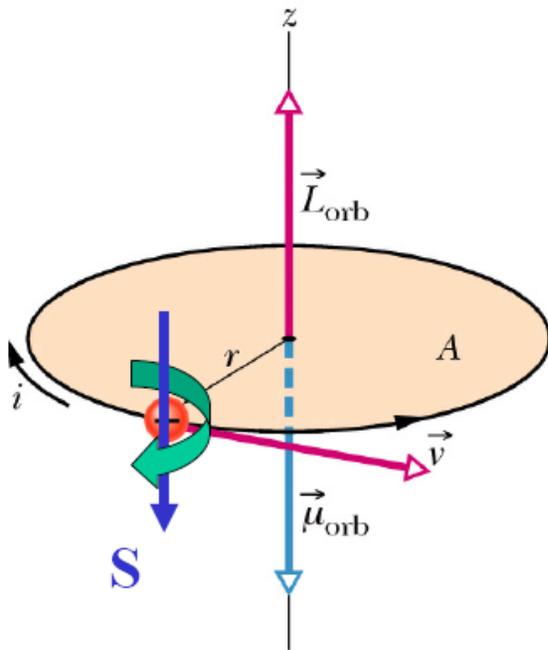
Für $x \ll 1$ folgt und $J = 1/2$ daraus:

$$\chi(T) = \frac{M}{B} = \frac{C}{T} \quad \text{Curie-Gesetz}$$

C – Curie-Konstante

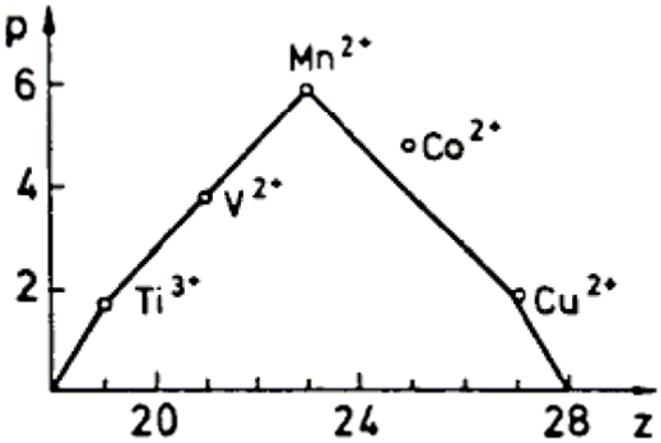
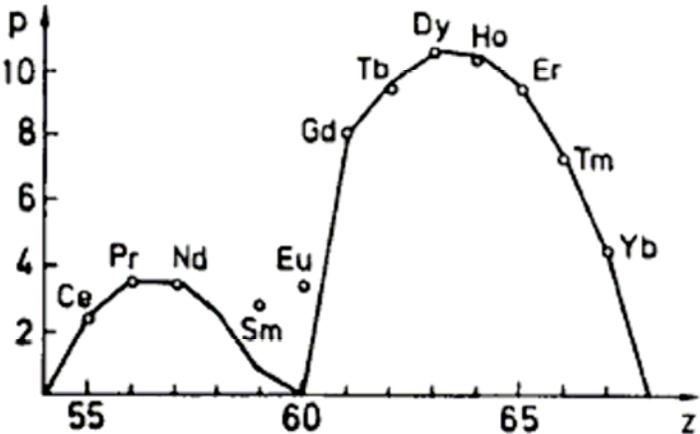
Magnetisches Moment als Funktion von B/T für (I) Kalium-Chrom-Alaun, (II) Eisen-III-Alaun und (III) Gadolinium-Sulfat-Oktahydrat bei (N.W. Henry)

Merke : prinzipiell 2 Beiträge zum magnetischen Moment !



$$M(T) = N \frac{m^2 H}{3kT} \quad \chi(T) = M/H = \frac{C}{T}$$

Unterschied : Magnetische Momente von Seltenen Erden und Übergangsmetallen



Dies erklärt die Suszeptibilität bei Atomen, die nicht abgeschlossene Schalen haben. Hier ist $\chi \propto p$.
(Punkte = Experiment, Linie = Theorie)

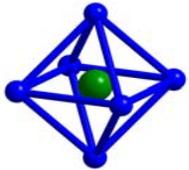
1. Den Seltenen Erdatomen (4f - Schale)
Abschirmung durch volle 5s und 5p-Schalen, daher wie freie Ionen.
 z Elektronenzahl (Ionen in Salzen)

2. den Atomen der Eisenreihe (3d-Schale) Ionen in Salzen:
3d-Schale außen, daher keine Abschirmung und
 $p = 2\sqrt{S(S+1)}$ => paramagnetisch

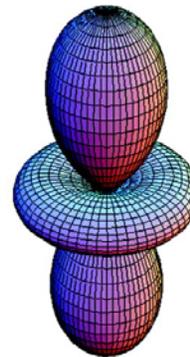
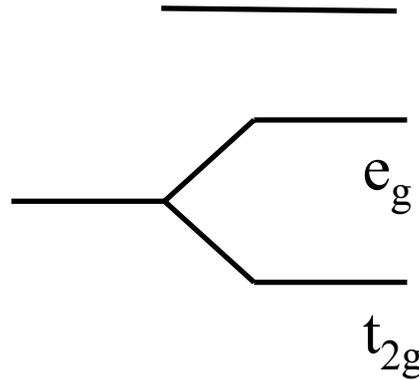
Kristallfeldaufspaltung von d-Niveaus in Oktaheder-Umgebung



Freies Ion

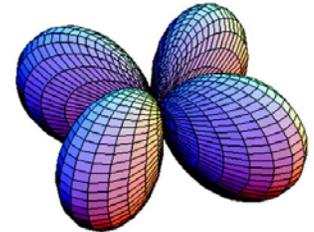


im Kristallfeld



$3z^2-r^2$

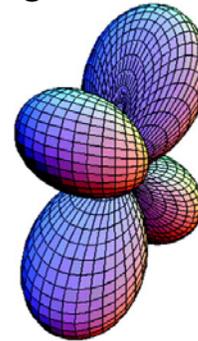
e_g orbitals



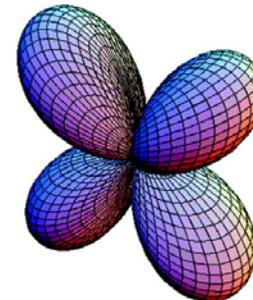
x^2-y^2



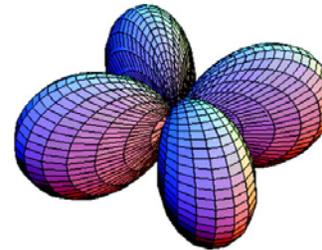
t_{2g} orbitals



zx

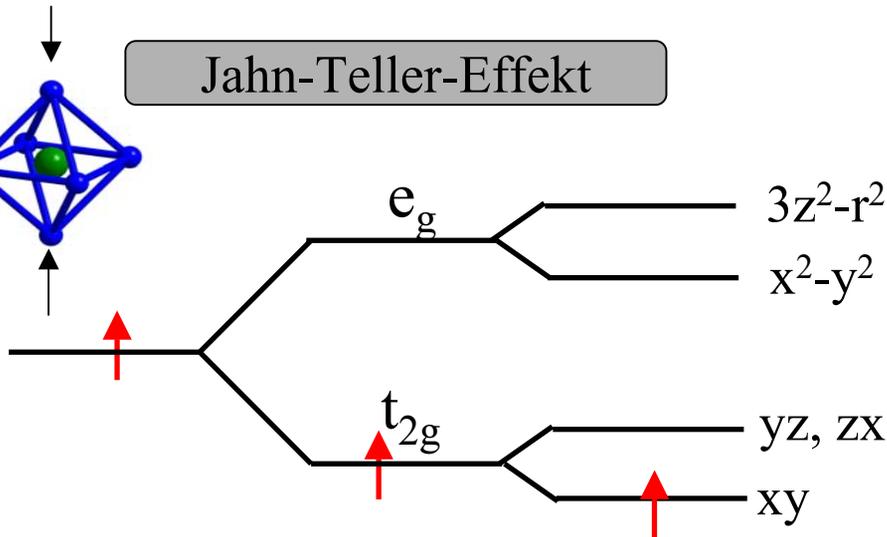


yz



xy

Jahn-Teller-Effekt



- merke :

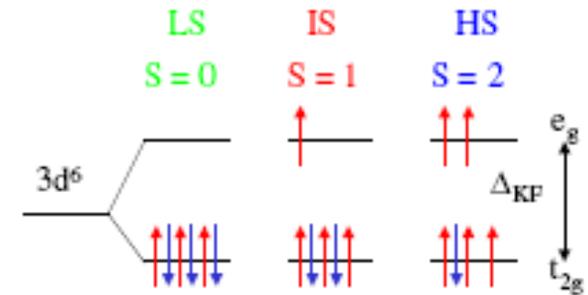
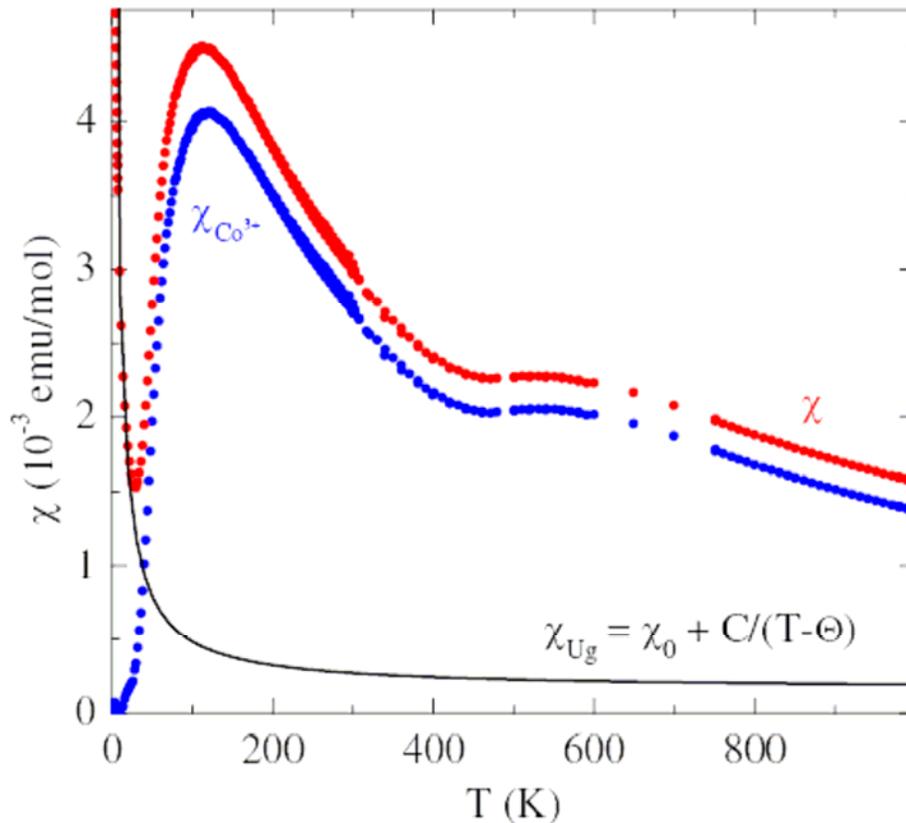
E-Gewinn linear in Verzerrung

E-elastisch quadratisch

➔ Verzerrung ist endlich ! !

Spinübergang in LaCoO_3

$$\chi = \chi_{\text{Ug}} + \chi_{\text{Co}} = \chi_{\text{CW}} + \chi_0 + \chi_{\text{Co}} = \frac{C}{T - \Theta} + \chi_{\text{Dia}} + \chi_{\text{vV}}^{\text{Co}} + \chi_{\text{Co}}$$



LaCoO_3 zeigt bei etwa 150-200K einen Spinübergang, dabei ändert sich die Verteilung der Elektronen auf die Orbitale derart, dass bei tiefen Temperaturen ein unmagnetischer Grundzustand entsteht.

Beiträge zur Suszeptibilität

$$\chi_m = \chi_{\text{para}} + \chi_{\text{dia}} + \chi_{\text{para,e}} + \chi_{\text{dia,e}}$$

1. Beitrag der Atomrümpfe (Isolatoren)
 - a) Langevin-Paramagnetismus
 χ_{para} etwa 10^{-3} (Gesamtdrehimpuls)
 - b) Langevin-Diamagnetismus
 χ_{dia} etwa 10^{-6} Z (Elektronenverteilung)

2. Beitrag der Leitungselektronen (Metalle)
 - a) Pauli-Paramagnetismus
 χ_{para} etwa 10^{-6} (Spin im äußeren Feld)
 - b) Landau-Diamagnetismus
 $\chi_{\text{dia}} = \chi_{\text{para}}$ etwa 10^{-6} (Zyklotronbahn im äußeren Feld)

VIII.4 Magnetische Ordnung

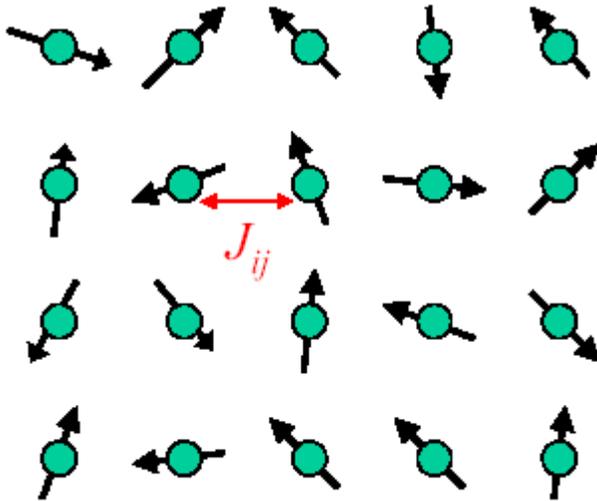
Was ist eine Magnetstruktur?

Dreidimensionale Ordnung von magnetischen Momenten unterhalb einer Ordnungstemperatur (T_0):

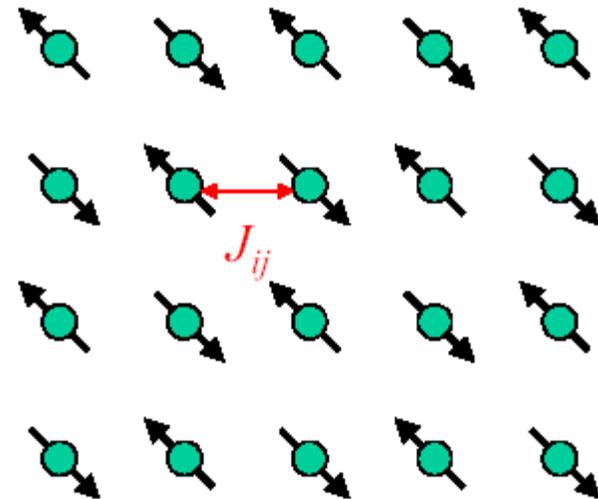
⇒ magnetische Wechselwirkung J_{ij} :

$$E = - J_{ij} S_i S_j$$

⇒ Phasenübergang (vgl. Kondensation)



Paramagnet: $\langle S_i \rangle = 0$ für $T > T_0$:



Antiferromagnet: $\langle S_i \rangle \neq 0$ für $T < T_0$:

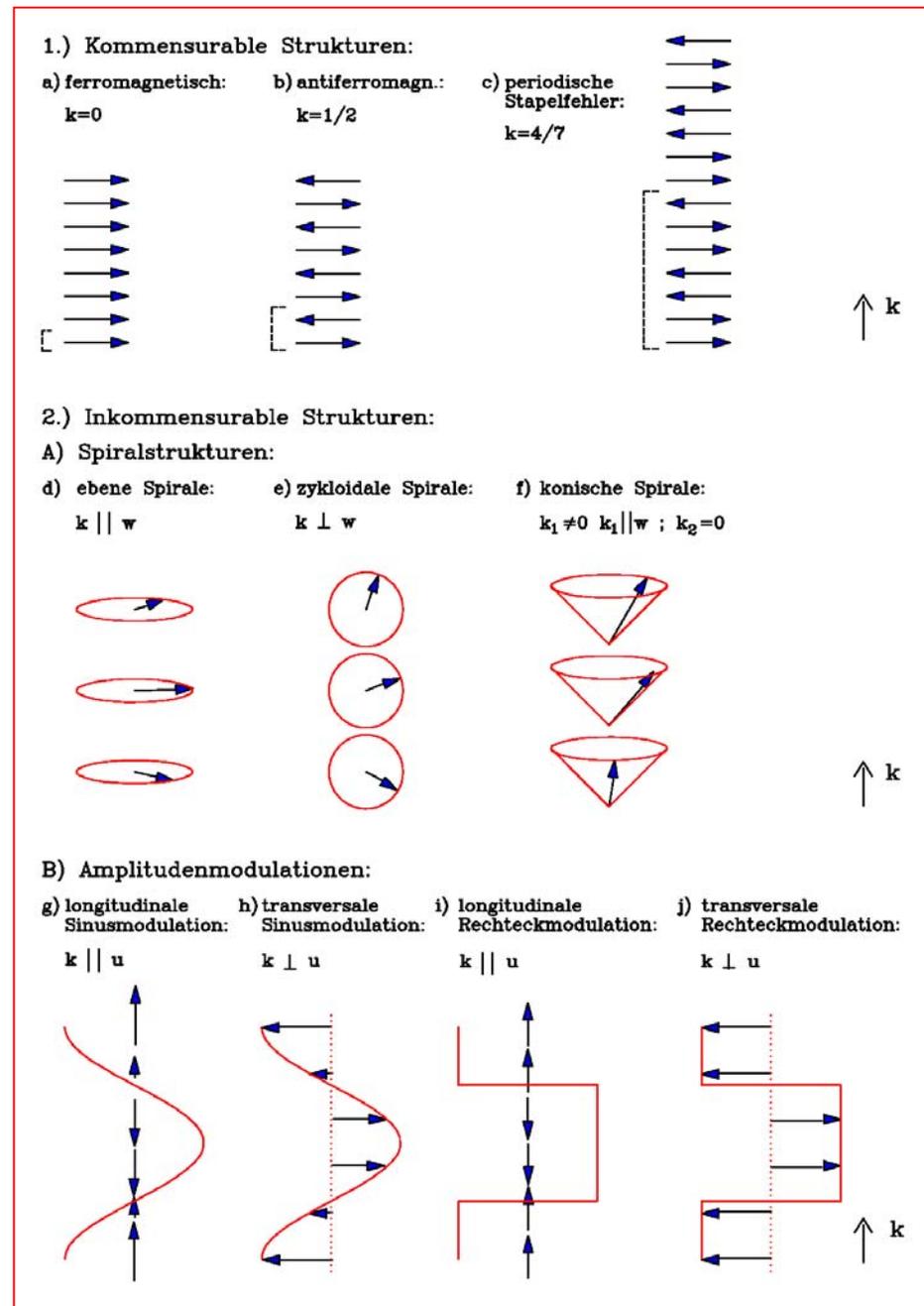
VIII.4.1 Typen von Magnetstrukturen

kommensurable Strukturen:

$k_i = q / p$ rational
magnetische Einheitszelle mit Bezug auf chemische Zelle

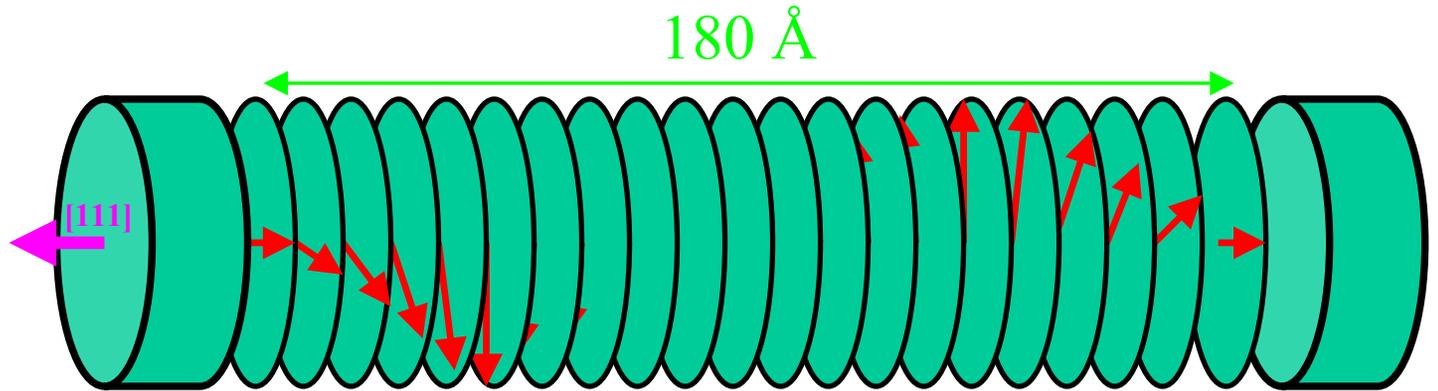
inkommensurable Strukturen:

$k_i =$ beliebig
inkommensurables Verhältnis
keine magnetische Einheitszelle
→ höher-dimensionale Beschreibung

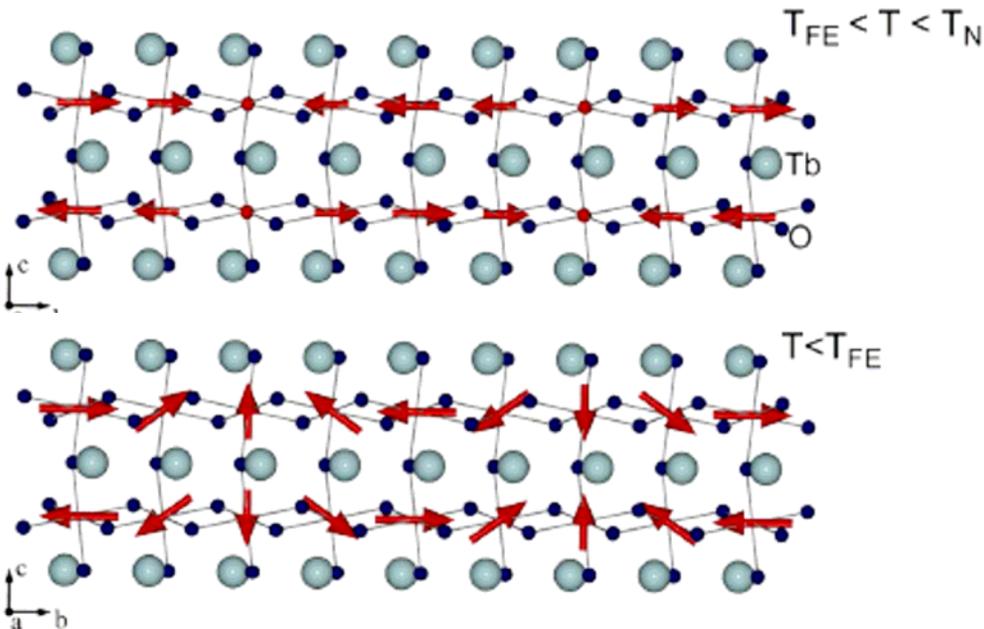


Spiralförmige Ordnungen

a) MnSi



b) TbMnO₃



$T > T_N = 42\text{K}$: paramagnetic

$T_{\text{spiral}} < T < T_N$:

SDW $q = (0, 0.28, 0)$

longitudinal SDW along b

$T < T_{\text{spiral}} = 28\text{K}$:

spiral $q = (0, 0.276, 0)$

elliptical spiral in b,c-plane

Ursache der magnetischen Ordnung : Austausch

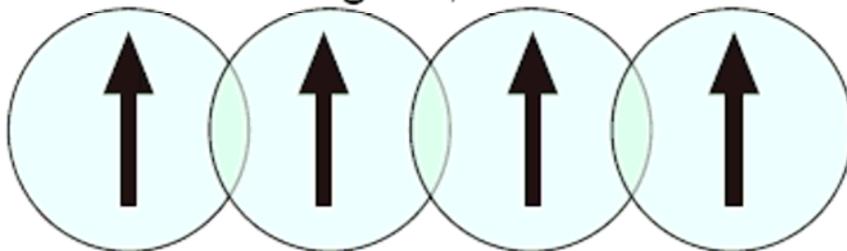
P. Andersen



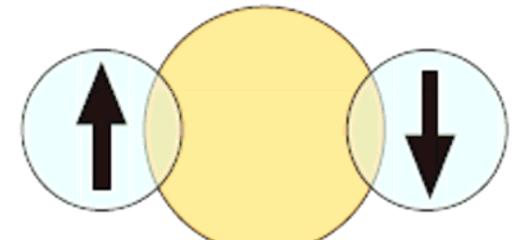
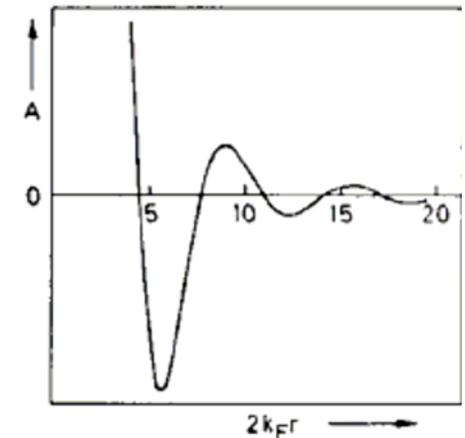
Die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung ist viel zu schwach, um eine Ausrichtung der magnetischen Momente der Atome zu bewirken. Ursache für die Ausrichtung ist die Quantenmechanik, die

Austauschwechselwirkung

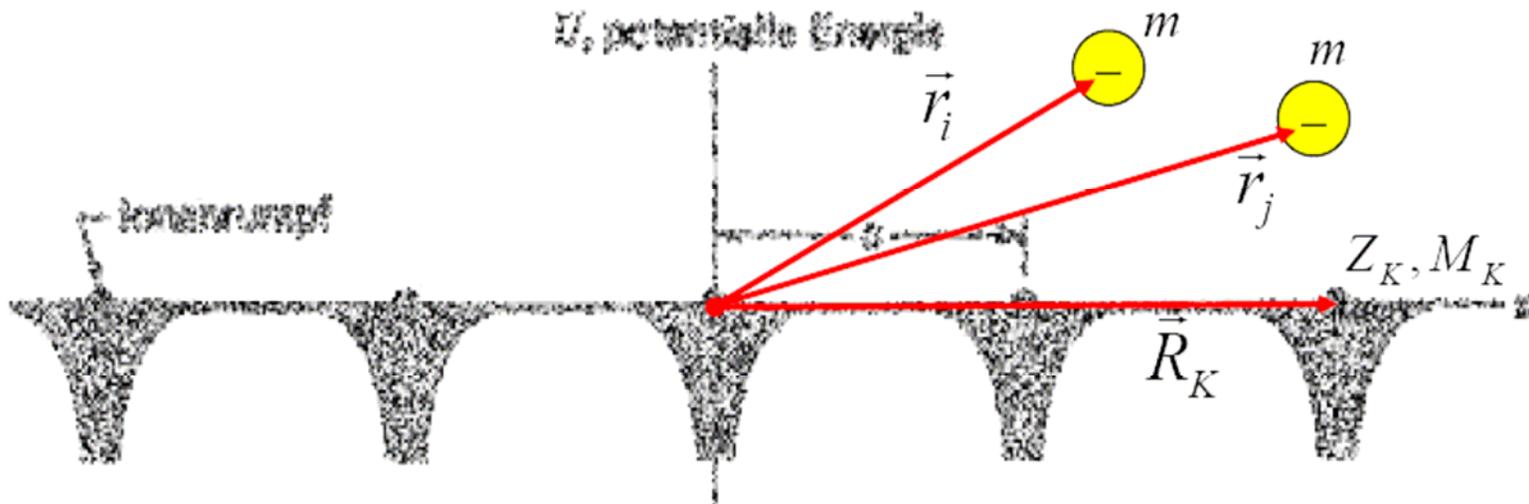
Dies ist durch die *direkte Wechselwirkung* überlappender Wellenfunktionen möglich,



oder durch die *indirekte Wechselwirkung* über den *Superaustausch* dazwischenliegender Orbitale eines diamagnetischen Atoms oder über die *RKKY-Wechselwirkung* innenliegender Elektronenschalen über dazwischenliegenden Orbitale von Leitungselektronen.
(Ruderman, Kittel, Kasuya, Yosida)



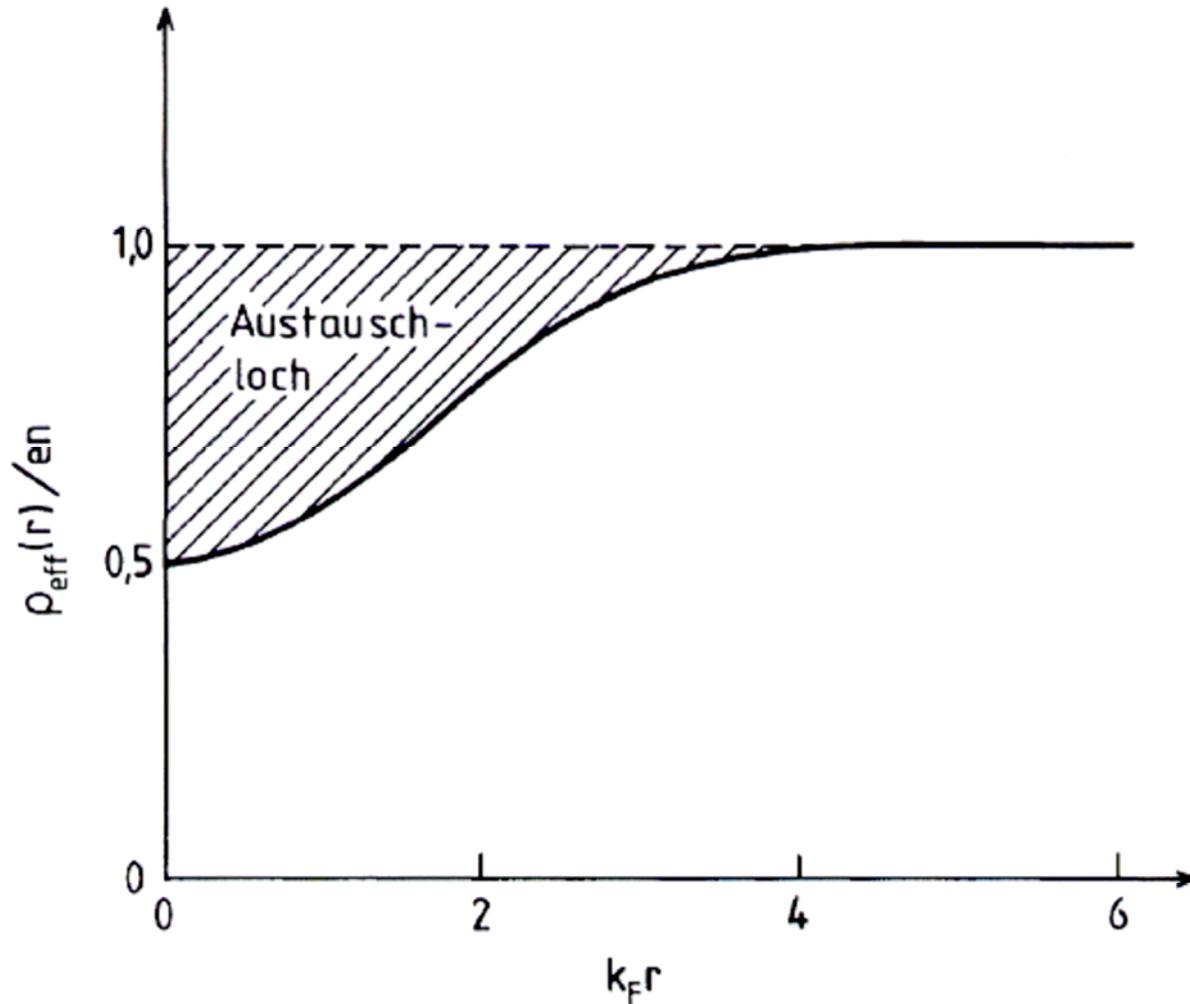
Die Austauschwechselwirkung (in unserem Cartoon)



Hamilton-Operator eines Festkörpers (ohne Details wie Spin-Bahn Wechselwirkung etc.):

$$\hat{H} = \sum_i \frac{\vec{p}_i^2}{2m} - \sum_i \sum_K \frac{e^2 Z_K}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{R}_K|} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{r}_j|} + \sum_K \frac{\vec{p}_K^2}{2M_K} + \frac{1}{2} \sum_K \sum_{L \neq K} \frac{e^2 Z_K Z_L}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R}_K - \vec{R}_L|}$$

-Effektive Ladung, die ein Elektron im freien Elektronen-Gas sieht ein einfaches Beispiel für die Austauschwechselwirkung



Durch die Austauschwechselwirkung ist die Dichte von Elektronen gleicher Spinorientierung in der Nähe des Auelektrons reduziert („Austauschloch“). Bewegt sich das Auelektron, dann muß es das Austauschloch „mitschleppen“, wodurch sich seine effektive Masse erhöht.

Heisenberg-Modell der magnetischen Wechselwirkung

Die Austauschenergie zweier Gitteratome mit Spinvektoren S_1 und S_2 beträgt

$$E = -2A\vec{S}_1\vec{S}_2$$

Hierin ist A die Austauschkopplungskonstante, die sich aus dem Wellenfunktionsüberlapp der Gitteratome ergibt.

Ist $A > 0$, liegt die niedrigste Energie in der *parallelen* Spinausrichtung, d.h. Ferromagnetismus

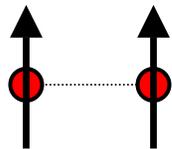
Ist $A < 0$, liegt die niedrigste Energie in der *antiparallelen* Spinausrichtung, d.h. Antiferromagnetismus

T_C
 T_N

Curietemperatur im Ferromagneten

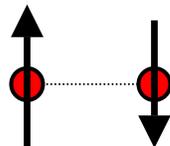
Neeltemperatur im Antiferromagneten

$$H = -|J| \cdot \vec{S}_1 \circ \vec{S}_2$$



Vergleiche dazu:
Gesamtspin des H_2 -Moleküls !

$$H = |J| \cdot \vec{S}_1 \circ \vec{S}_2$$



VIII.4.2 Ferromagnetismus

Bei *ferromagnetischen* Substanzen wie Eisen, Cobalt oder Nickel ist $\chi_{mv} \mu_r \gg 1$ (etwa 5000 bei Eisen). Außerdem ist der Zusammenhang

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

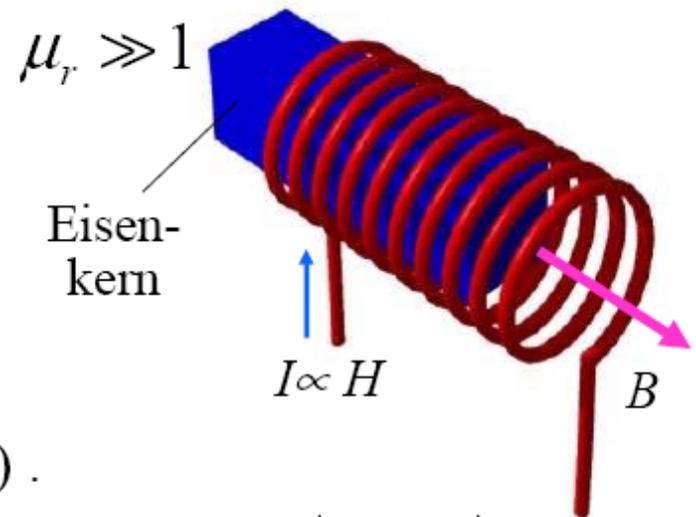
nicht mehr linear, d.h. μ_r ist eine Funktion des äußeren Feldes $\mu_r = \mu_r(\vec{H})$.

Es gilt also:

$$\vec{B}(\vec{H}) = \mu_r(\vec{H}) \mu_0 \vec{H} \quad \Rightarrow \quad \mu_r(\vec{H}) = \frac{|\vec{B}(\vec{H})|}{\mu_0 |\vec{H}|}$$

Der Zusammenhang zwischen \vec{B} und \vec{H} ist für Eisen sehr kompliziert. Bei einer Spule der Länge l mit N Windungen, durch die ein Strom I fließt, und die einen Eisenkern besitzt, hatten wir bereits gefunden:

$$B = \mu_r(H) \mu_0 \frac{N}{l} I \quad \Rightarrow \quad H = \frac{N}{l} I \propto I$$



Ferromagnetische Domänen

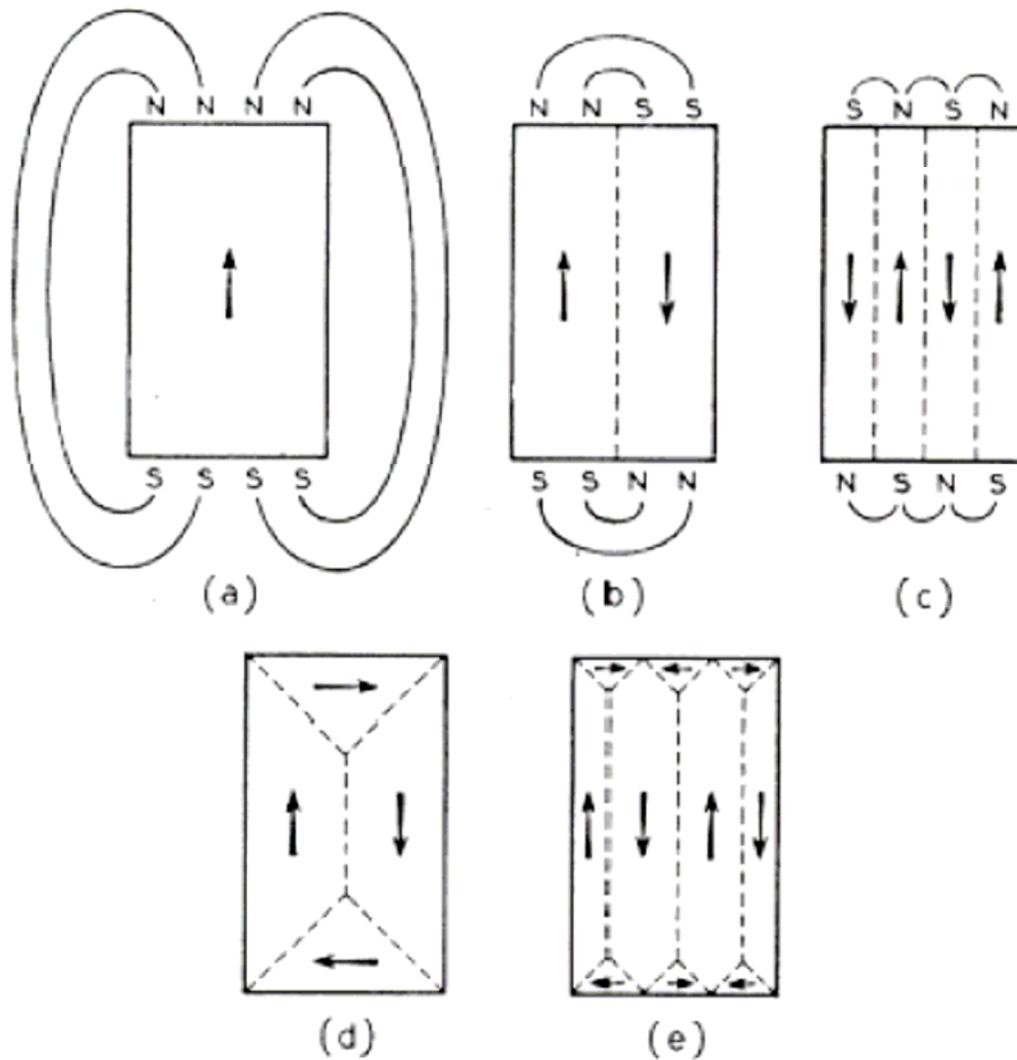
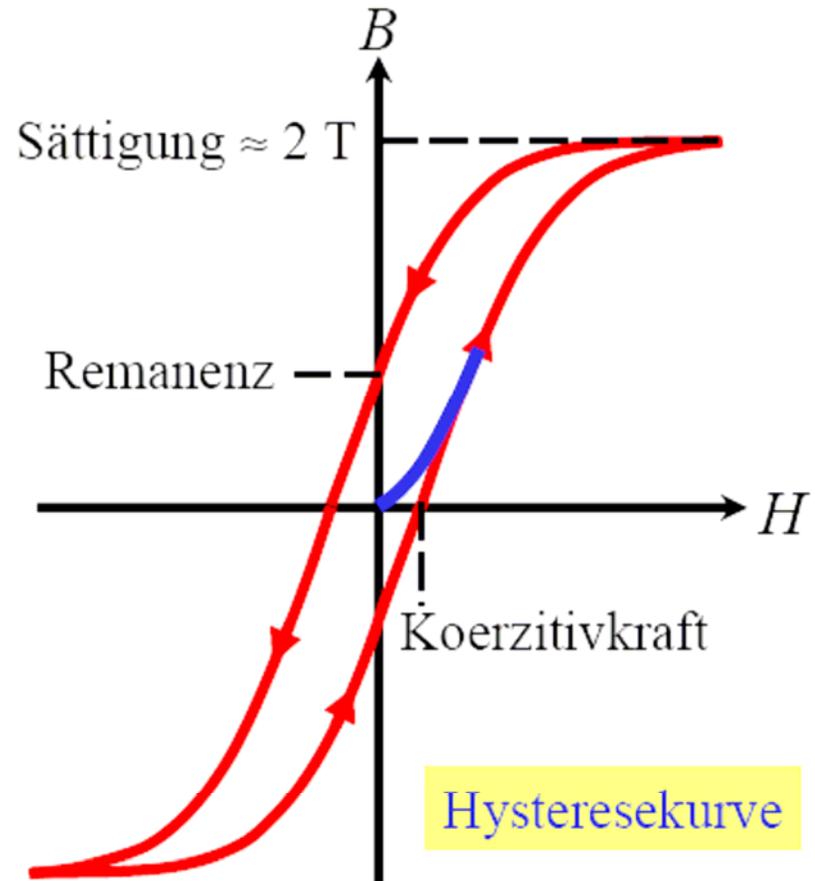
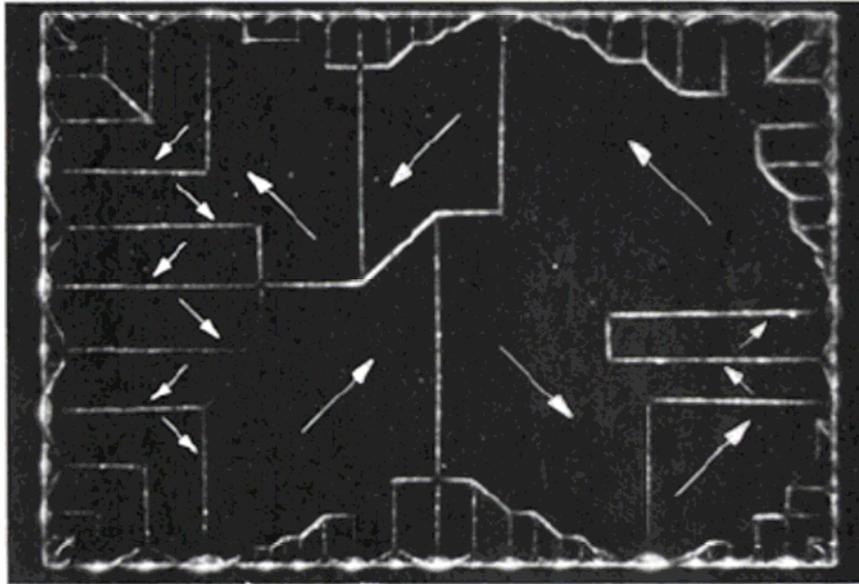


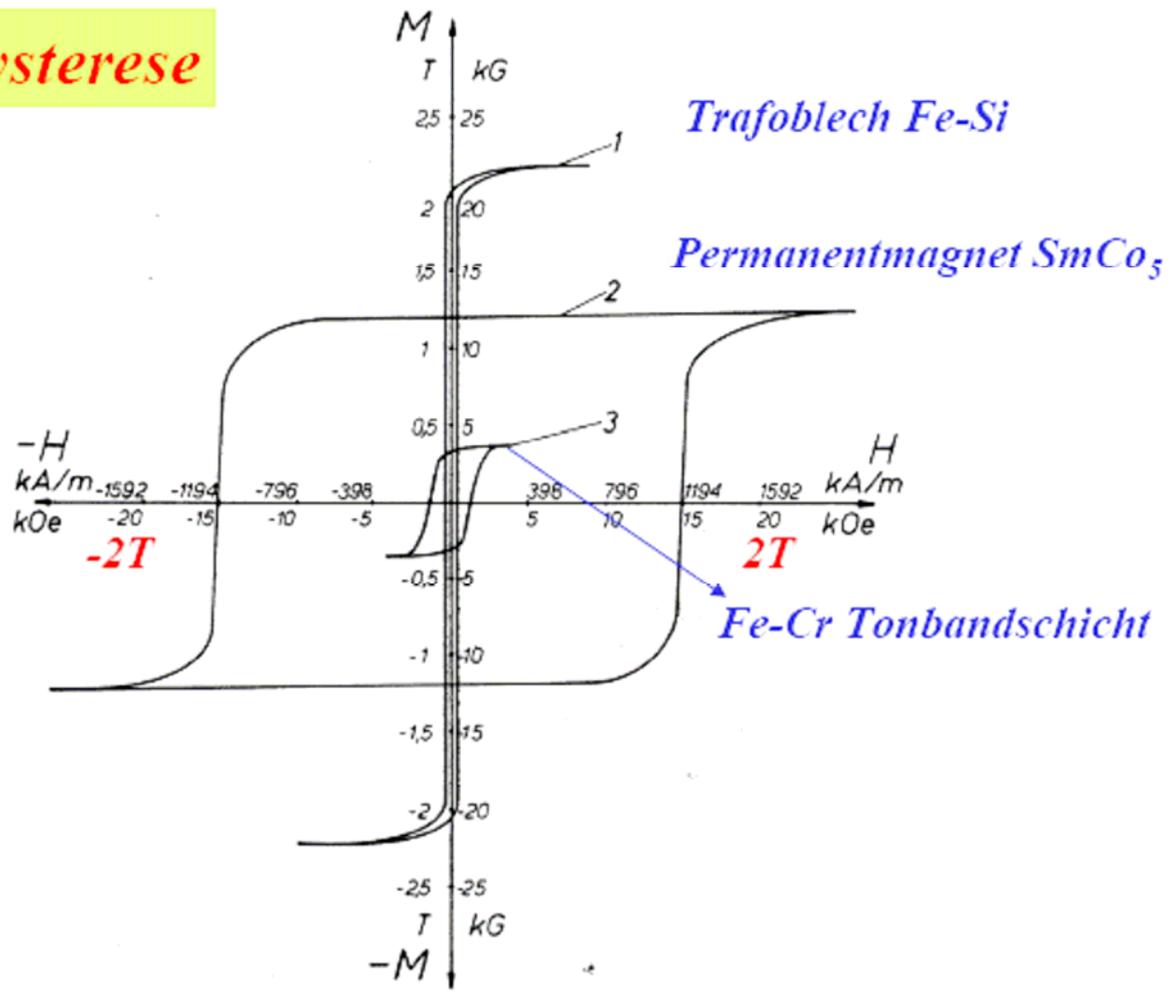
FIG. 9. The origin of domains.

Hysterese der Magnetisierung \Leftrightarrow Ausrichtung der Domänen

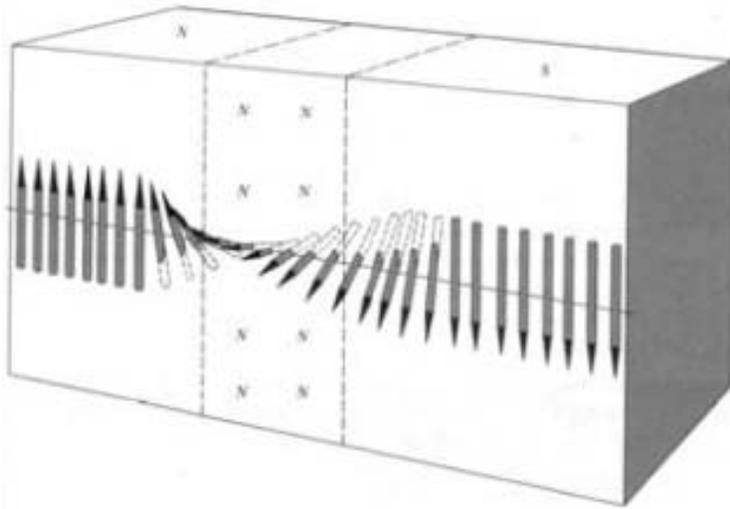


-Hysterese-Eigenschaften sind materialspezifisch und wesentlich für Anwendungen (z.B. Hartmagnete; Transformatoren ...)

Hysteresese



Domänenwand



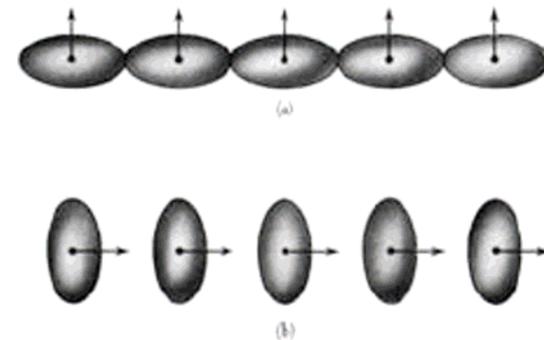
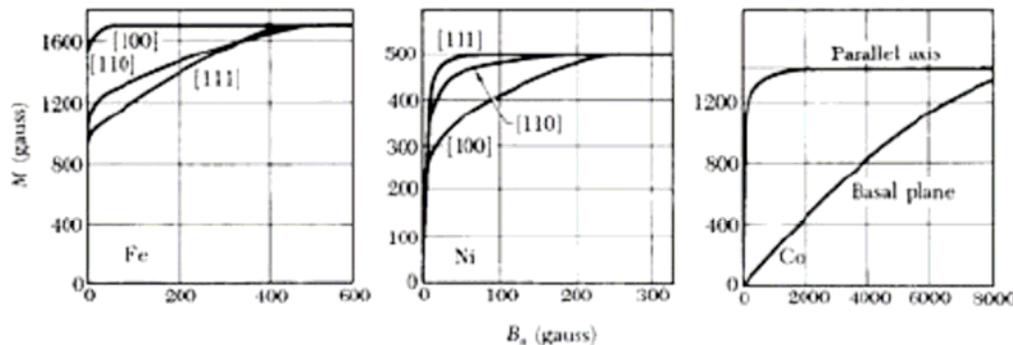
In angrenzenden Domänen dreht sich lokale Magnetisierung um, (minimale magnetische Feldenergie) im Bereich einer *Bloch-Wand*.
In Eisen etwa 300 Gitterkonstanten.
Durch diese geringe Drehung des Spins von Gitterebene zu Gitterebene senkt die erforderliche Austauschenergie bei Drehung von zwei Spins gegeneinander:

Die Austauschenergie zwischen benachbarten Spins beträgt: $E = -2A\vec{S}_i\vec{S}_j = -2AS^2 \cos\varphi$, für kleine Winkel: $E = -2AS^2(1 - \varphi^2/2)$ und als Energieänderung für n-fache Verkippung aus der Parallelstellung einer Blochwand $\Delta E = -2nAS^2\varphi^2$

- dies bedeutet, dass die **Austauschwechselwirkung eine Verbreiterung** der Domänenwand hervorruft: ohne einen weiteren Effekt unendliche Dicke!
- Anisotropie-Terme wirken dem entgegen, die Spins, die nicht entlang der ursprünglichen Richtung stehen verlieren Energie → dünne Domänenwände
- resultierende Domänenwanddicke \Leftrightarrow Verhältnis der beiden Effekte

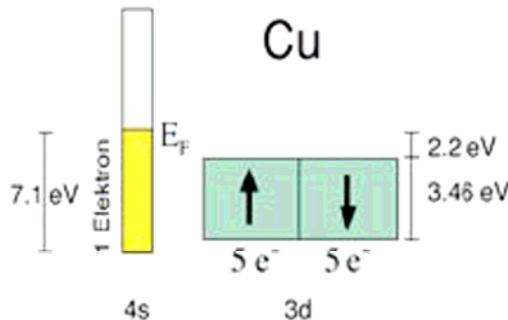
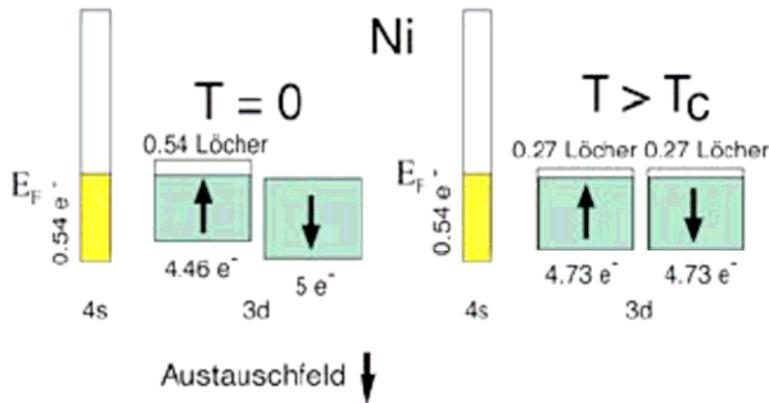
Kristallstruktur : Anisotropie

Die magnetischen Eigenschaften von Einkristallen hängen von ihrer Orientierung im äußeren Magnetfeld ab. Man unterscheidet *leichte* und *schwere* Achsen. Durch den Gewinn an Anisotropieenergie liegt die Magnetisierung ohne äußere Einflüsse entlang leichter Achsen. Diese liegen bei Kobalt (hexagonal) entlang der Parallelachse, Nickel (fcc) entlang der Raumdiagonalen (111) und Eisen (bcc) entlang der Würfelkanten (100).



Die Anisotropie-Energie wird wichtig durch die anisotrope Lage der Elektronenverteilungen in benachbarten Atomen in Folge der Spin-Bahn-Wechselwirkung. Eine Drehung der Spinrichtung durch ein äußeres Feld ändert dabei die Austauschwechselwirkung und die elektrostatische Wechselwirkung der Ladungsverteilungen.

Ferromagnetische Metalle : Polarisierung der Leitungselektronen



Oberhalb der Curie-Temperatur kommen im Paramagneten Nickel (Ni) Elektronen von beiden Spinsorten gleich oft vor. Unterhalb der Curie-Temperatur überwiegt dann eine Sorte und Nickel wird ferromagnetisch.

Bei dem Diamagneten Kupfer (Cu) kommen beide Spinsorten unabhängig von der Temperatur gleich oft vor.

Bänder-Modell des itineranten Ferromagnetismus

Modell von Stoner & Wohlfarth:

$$E_{\uparrow}(\vec{k}) = E(\vec{k}) - I \cdot n_{\uparrow} / N$$

$$E_{\downarrow}(\vec{k}) = E(\vec{k}) - I \cdot n_{\downarrow} / N$$

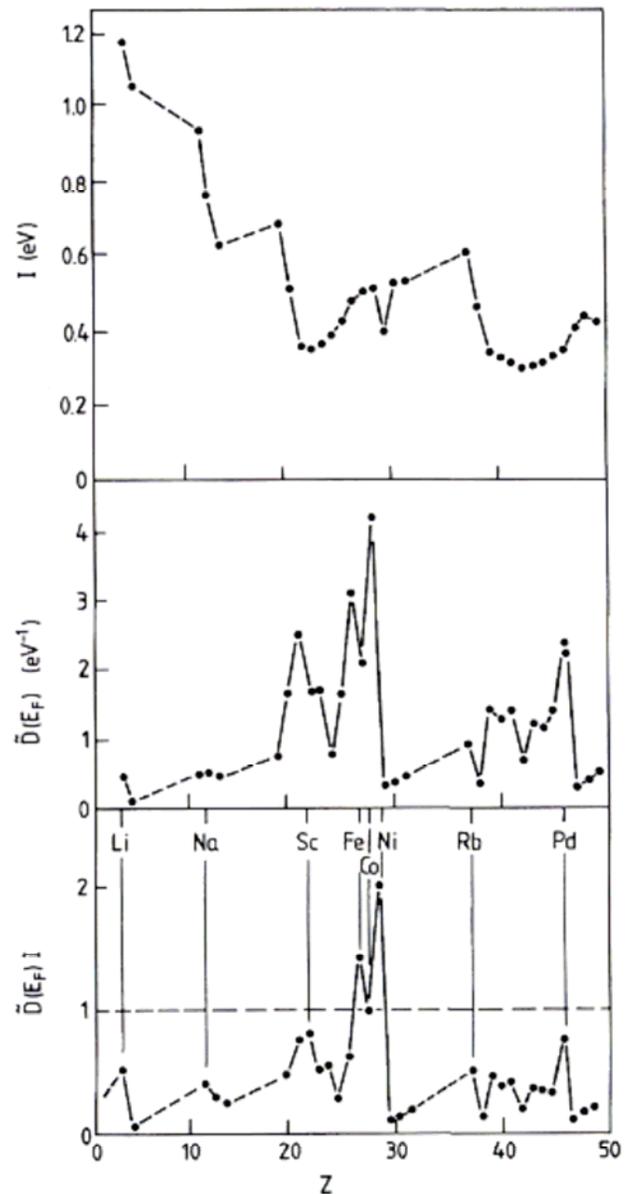
$n_{\uparrow\downarrow}$ – Anzahl der Elektronen mit
entsprechendem Spin

I – "Stoner Parameter" beschreibt die
durch Elektronenkorrelation
verursachte Energieabsenkung

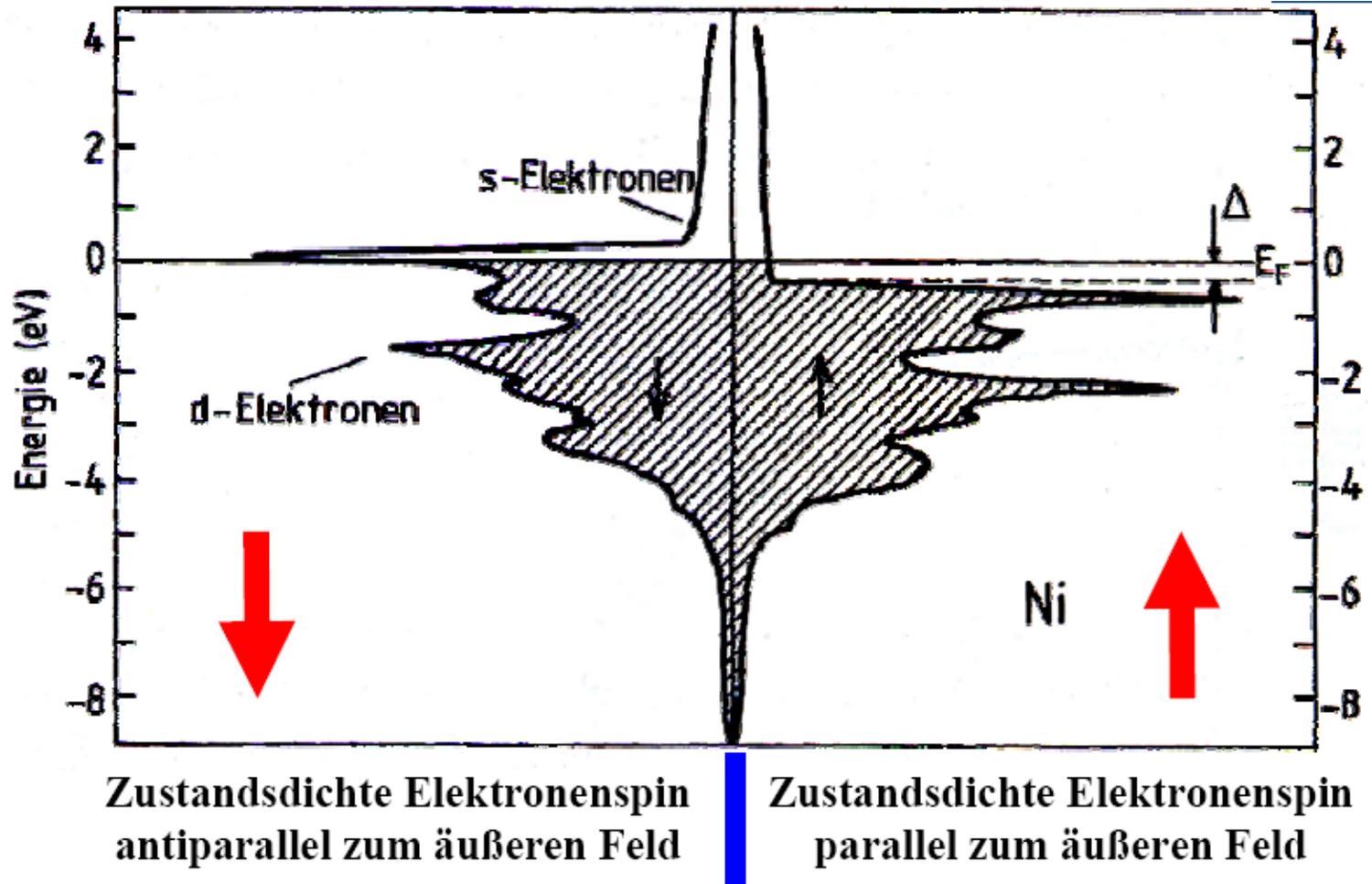
⇒ Stoner-Kriterium für Ferromagnetismus:

$$I \cdot \tilde{D}(E_F) > 1$$

$\tilde{D}(E_F)$ – Zustandsdichte an der Fermi-Kante
für eine Spinsorte



Zustandsdichte der 3d-Elektronen in ferromagnetischem Ni



VIII.4.3 Molekularfeld-Näherung (mean field) :

Idee : ein Spin/magn. Moment spürt ein effektives Feld der anderen Momente aufgrund der Heisenberg-artigen Wechselwirkung

Heisenberg-Modell: $H = -\sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$  $\bar{H}_{eff} = \bar{H} + \bar{e}_n \frac{J\bar{\sigma}}{\mu}$

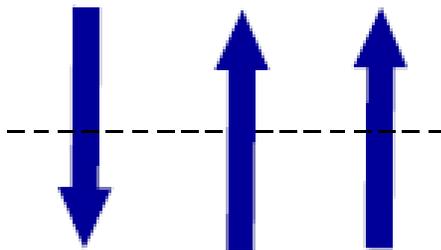
Jeder Spin „sieht“ neben dem externen Feld, das **Austauschfeld** aufgrund der mittleren Magnetisierung!

Mittlere Magnetisierung

$$M = N\mu\bar{\sigma} = N\mu \sum_i \sigma_i w(\sigma_i)$$

Boltzmann-Verteilung

$$w = \frac{1}{Z} \exp(-H / k_B T)$$



Zustandsumme (für zwei Einstellungen ± 1)

$$Z = \exp(+\mu H_{eff} / k_B T) + \exp(-\mu H_{eff} / k_B T)$$

Auswertung

$$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu}{k_B T} H + \frac{J}{k_B T} \bar{\sigma}\right)$$

Bedingung : Selbstkonsistenz

Mittlere Magnetisierung $M = N\mu\bar{\sigma}$ einsetzen liefert

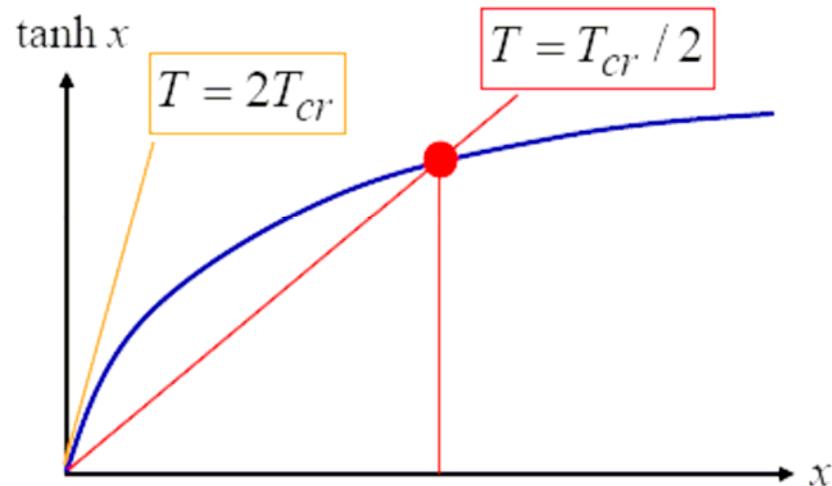
$$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu}{k_B T} H + \frac{JM}{k_B T N \mu}\right)$$

- graphische Lösung

$$T_c = J/k_B$$

$$x = T_c/T \{M/(N\mu)\}$$

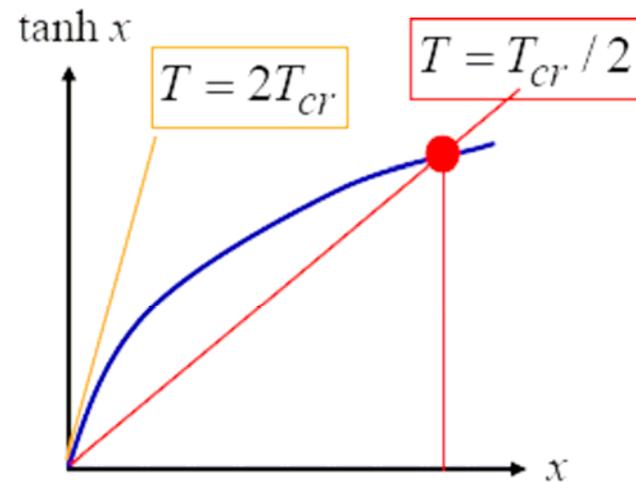
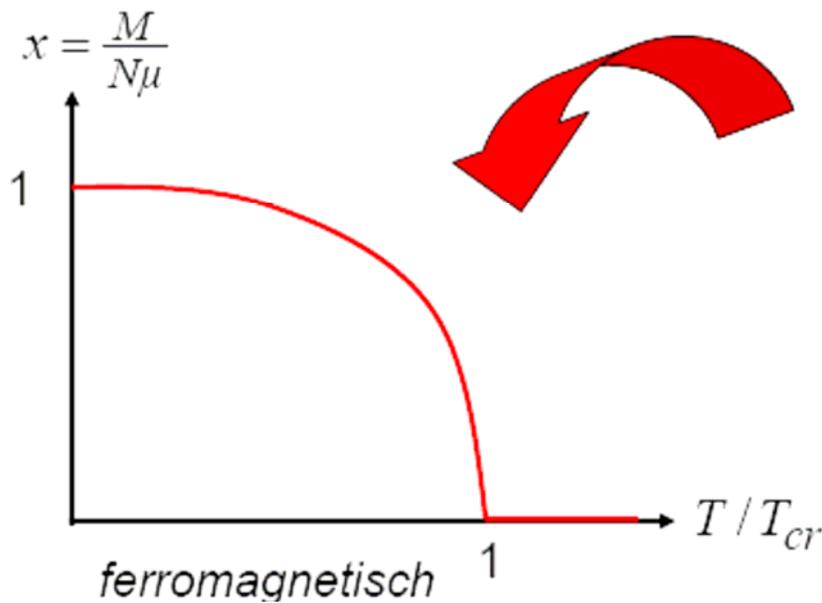
$$\rightarrow x T/T_c = \tanh(x)$$



\rightarrow nur für $T < T_c$ gibt es eine Lösung mit endlichem M

\rightarrow spontane Magnetisierung

- Die Lösung der selbstkonsistenten Gleichung als Funktion der Temperatur \rightarrow Magnetisierung \Leftrightarrow Ordnungsparameter



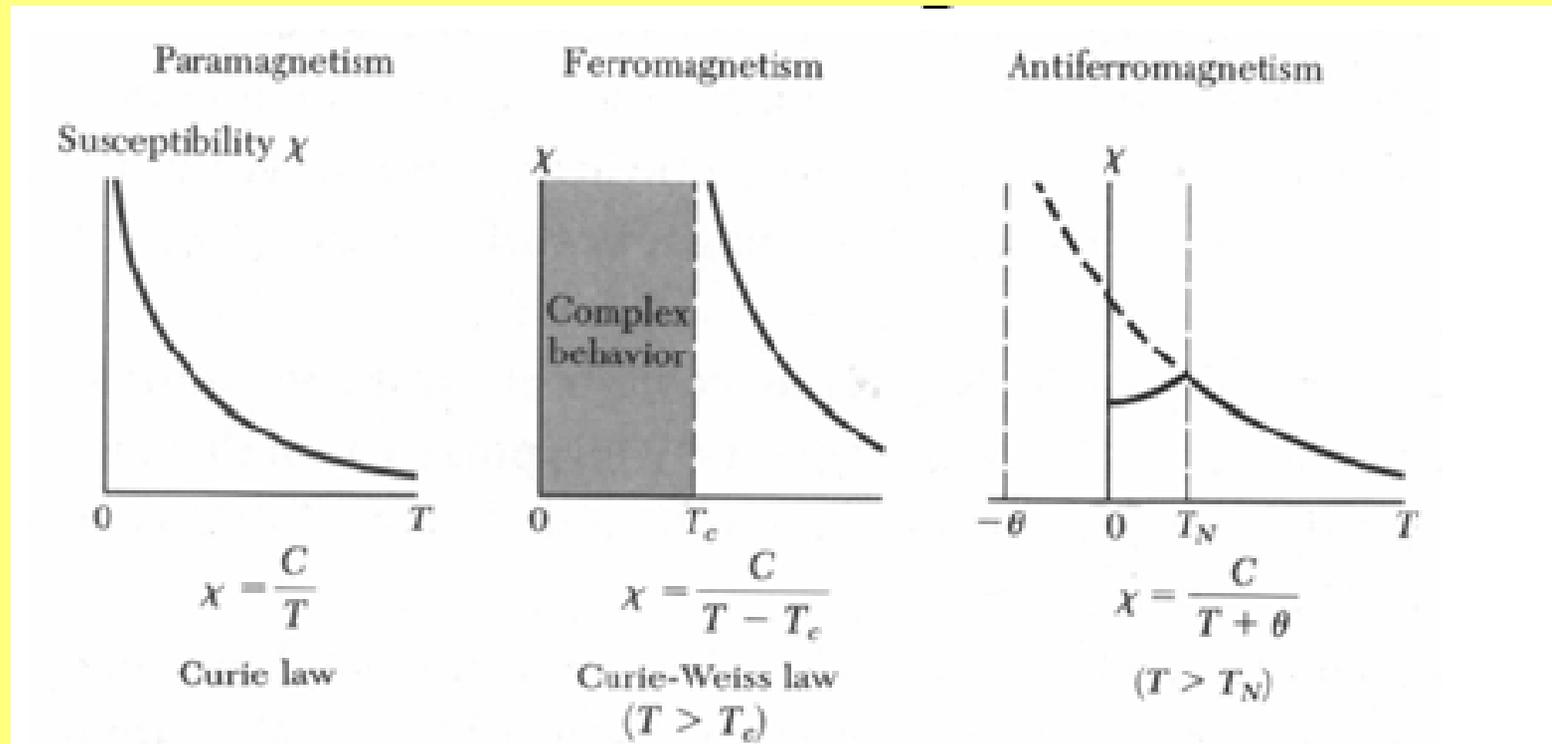
Eisen	744°C
Kobalt	1131°C
Nickel	372°C

Vergleich der Suszeptibilität von :

Para-

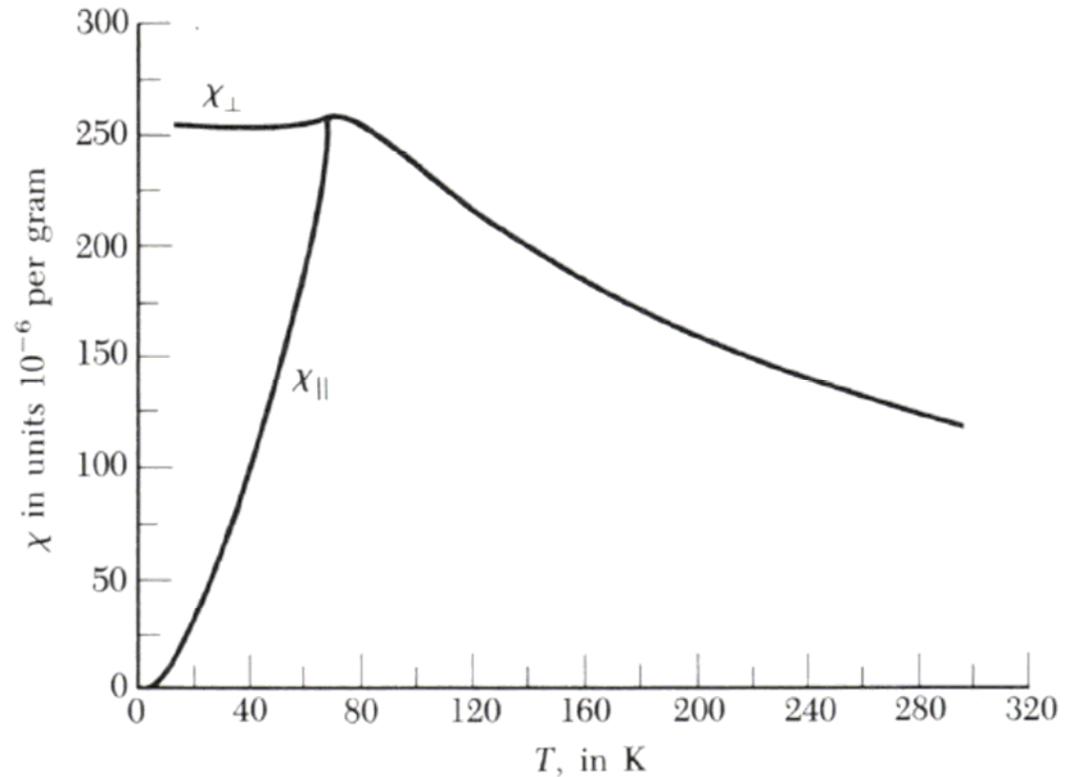
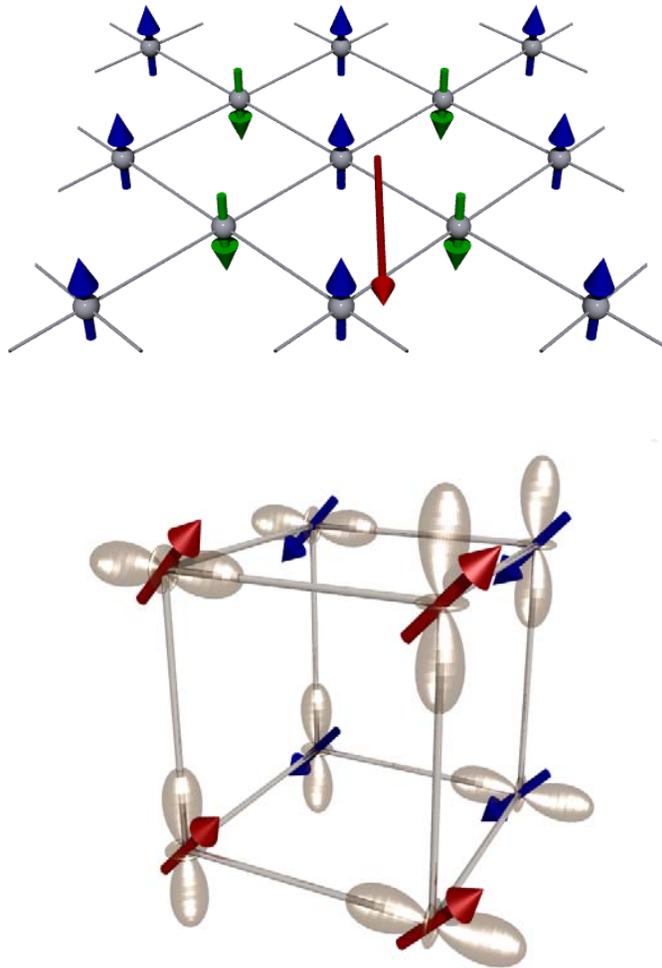
Ferro-

und Antiferromagneten



Magnetische Ordnung

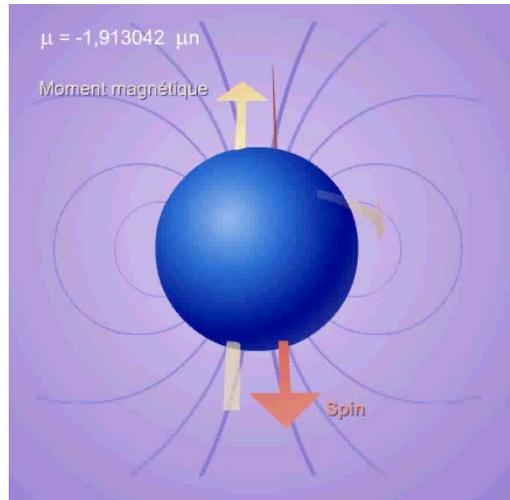
magnetische Suszeptibilität vom Antiferromagnet MnF_2



(Quelle: Ch. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, Wiley, New York)

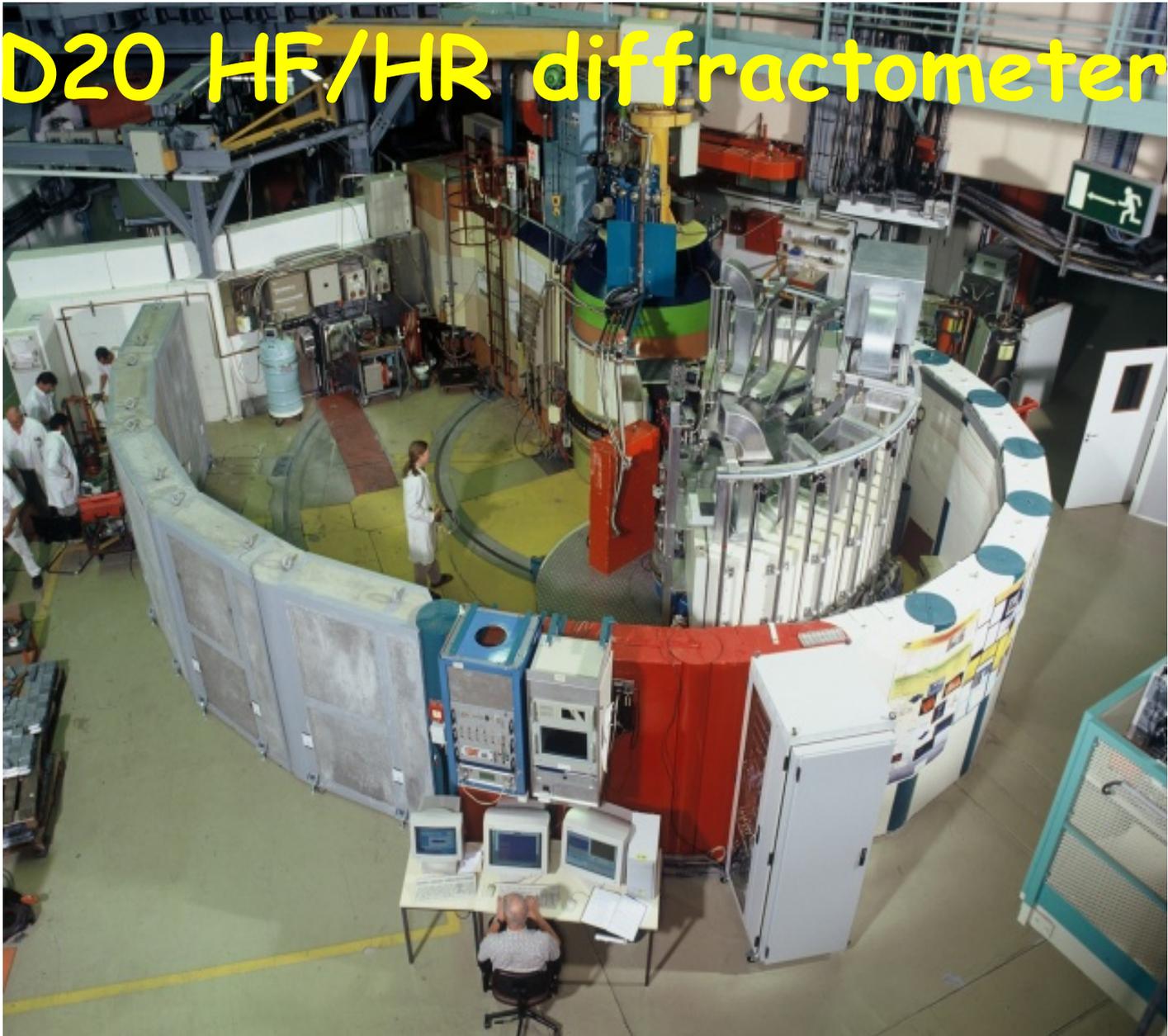
VIII.4.4 Bestimmung von magnetischen Strukturen

Domäne der Neutronenstreuung :



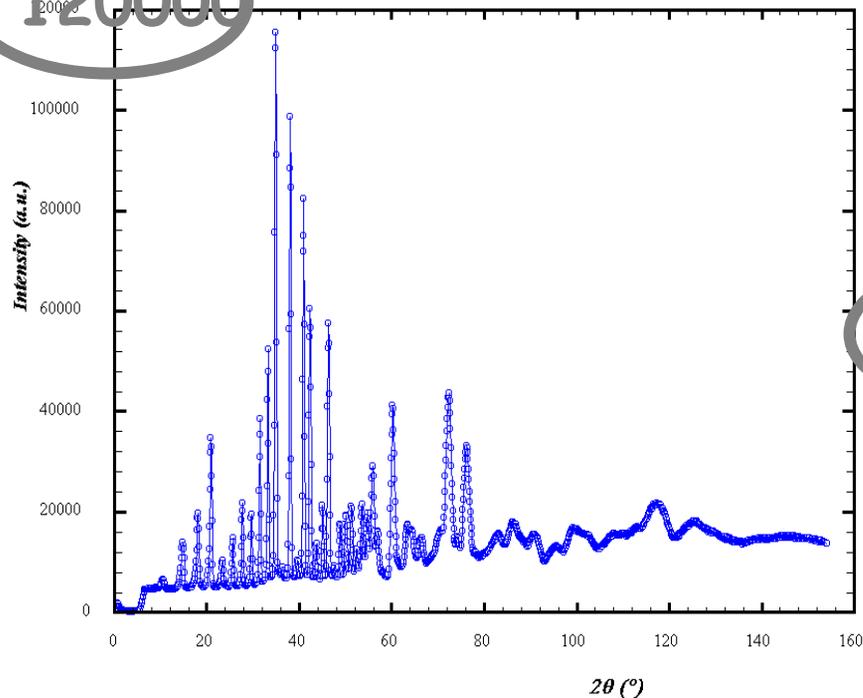
$$\vec{\mu}_n = -\gamma \mu_B \frac{m_e}{m} \vec{\sigma}$$

D20 HF/HR diffractometer



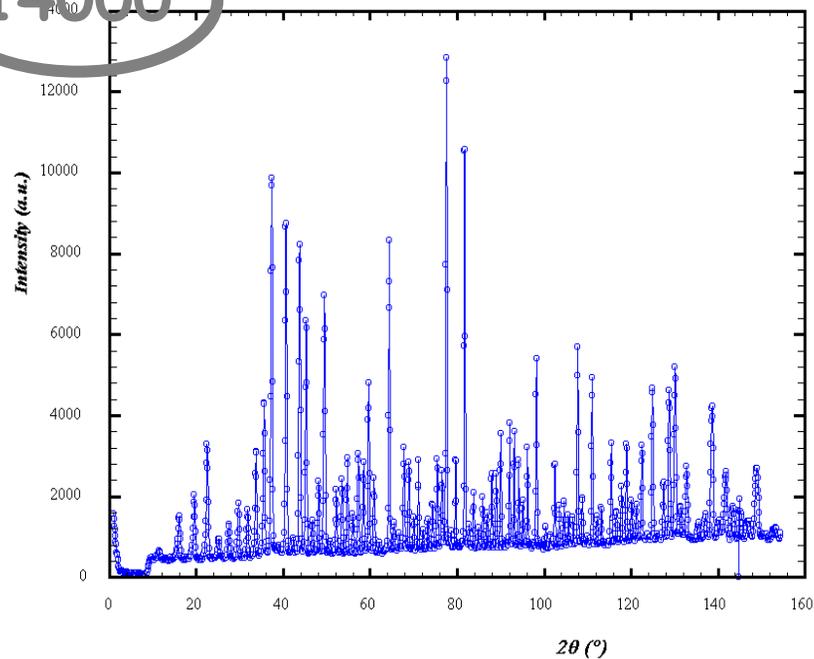
D20 HF/HR diffractometer

120000

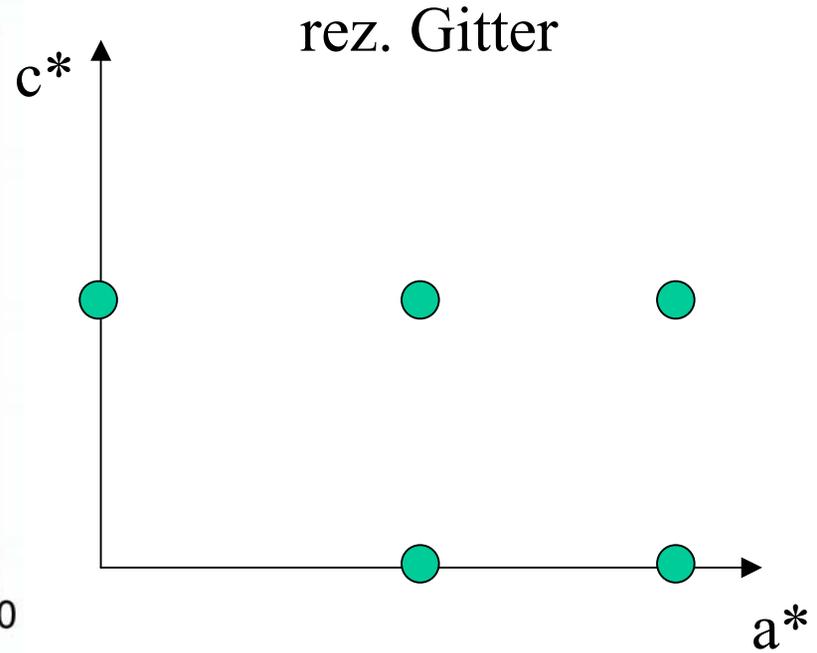
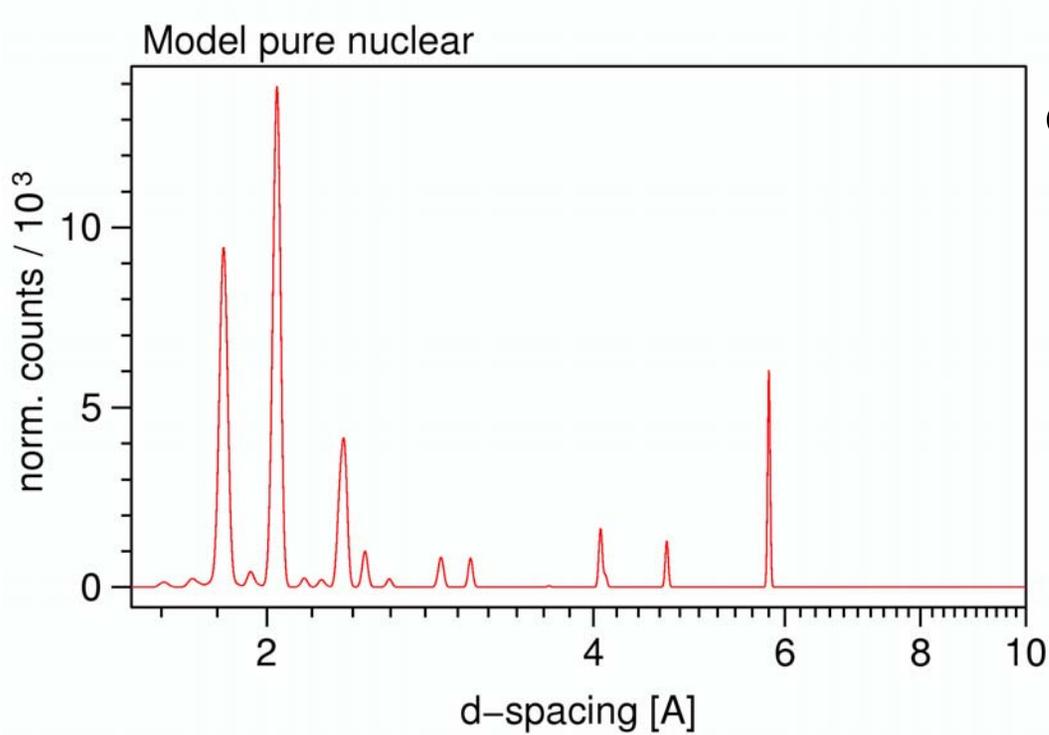


$\text{Na}_2\text{Ca}_3\text{Al}_2\text{F}_{14}$
1 cm³
2 min

14000

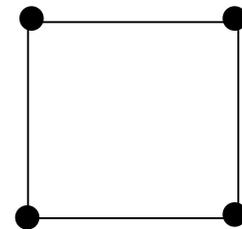


Magnetstrukturtypen im Beugungsbild

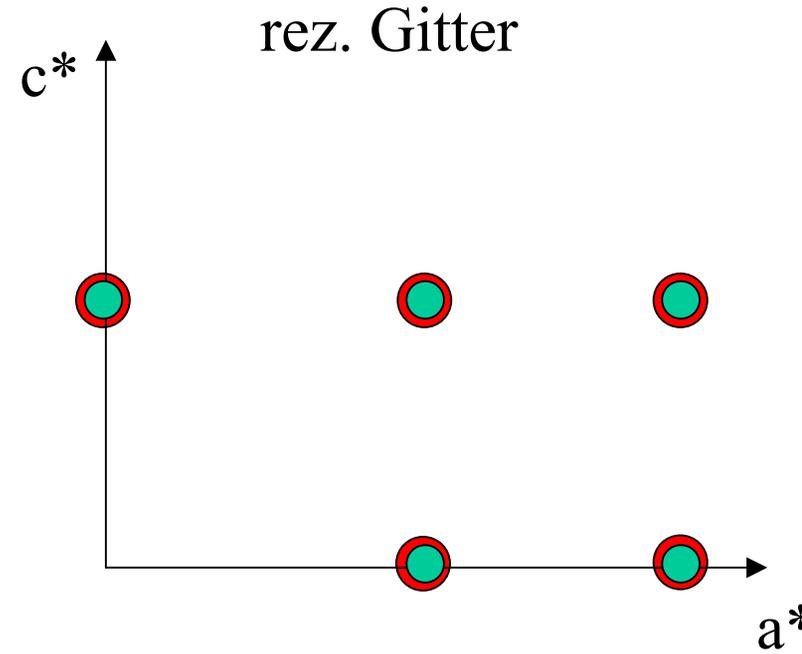
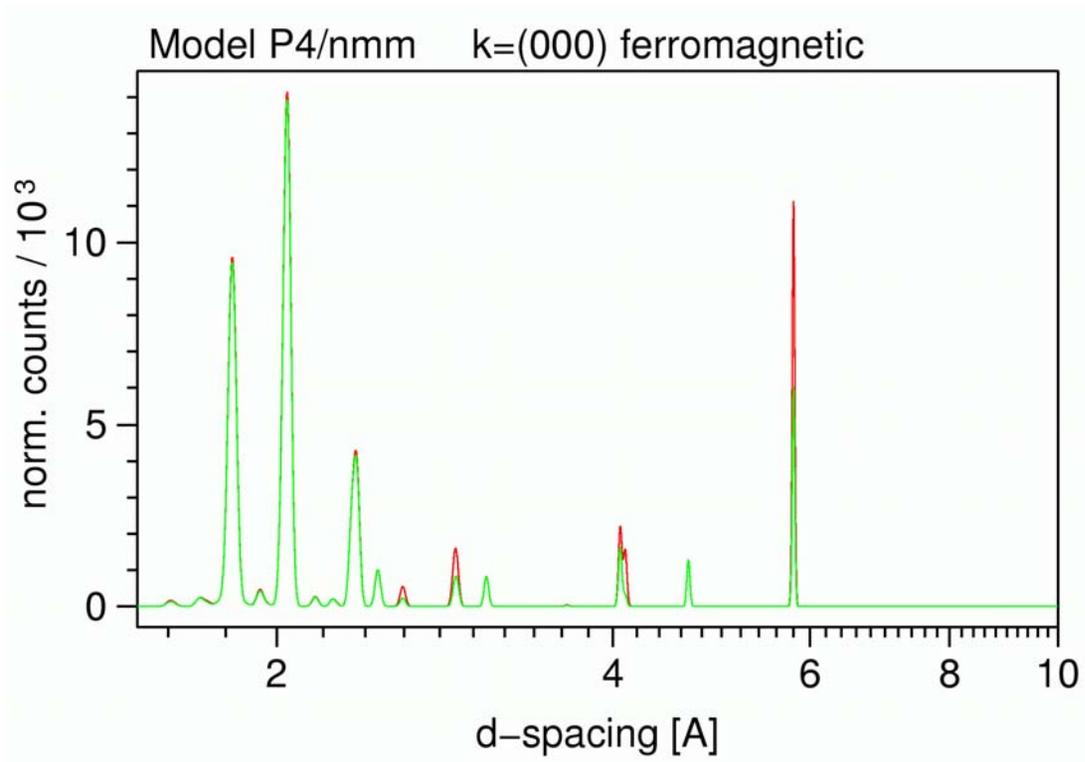


paramagnetisch

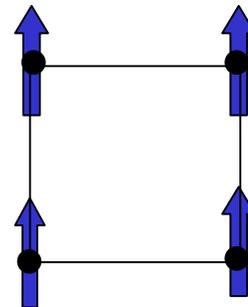
Realraum



Magnetstrukturtypen im Beugungsbild



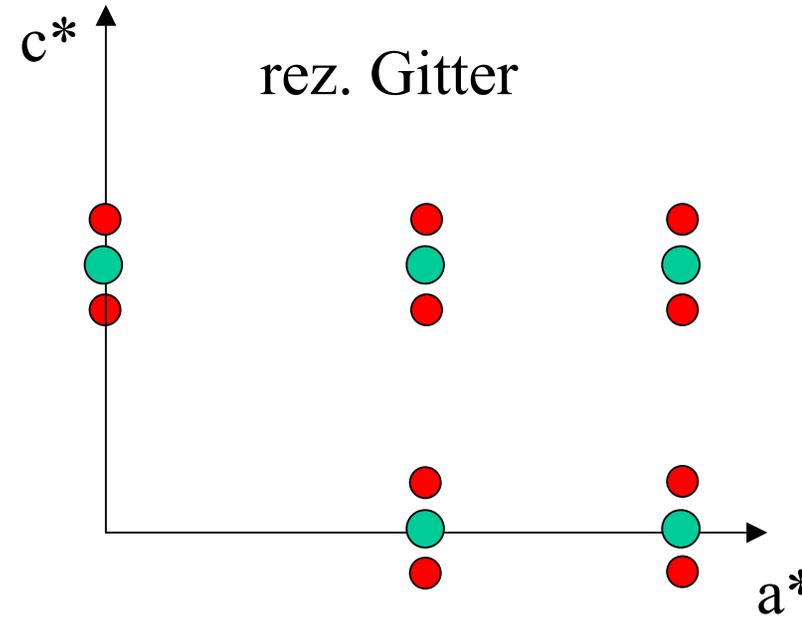
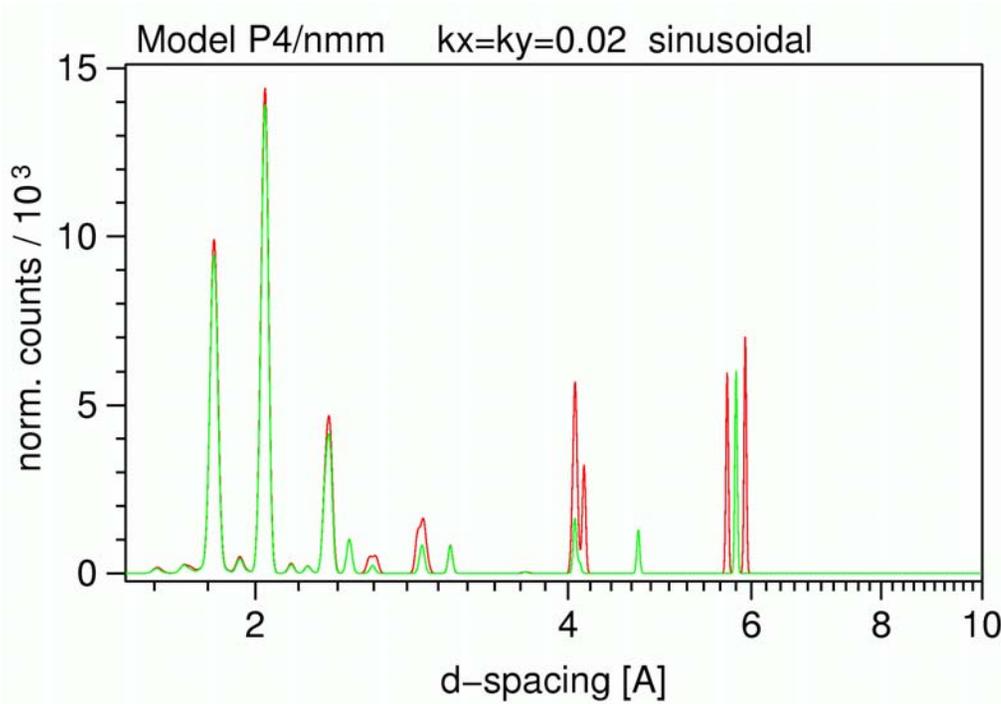
Realraum



ferromagnetisch

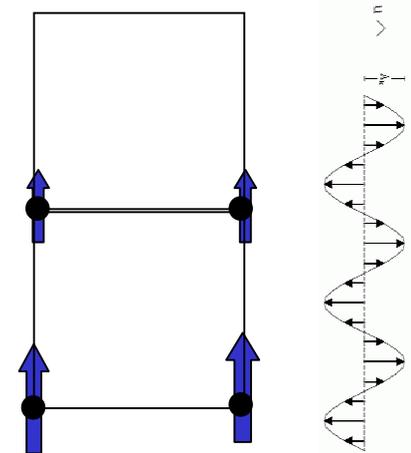
$k=(0, 0, 0)$

Magnetstrukturtypen im Beugungsbild

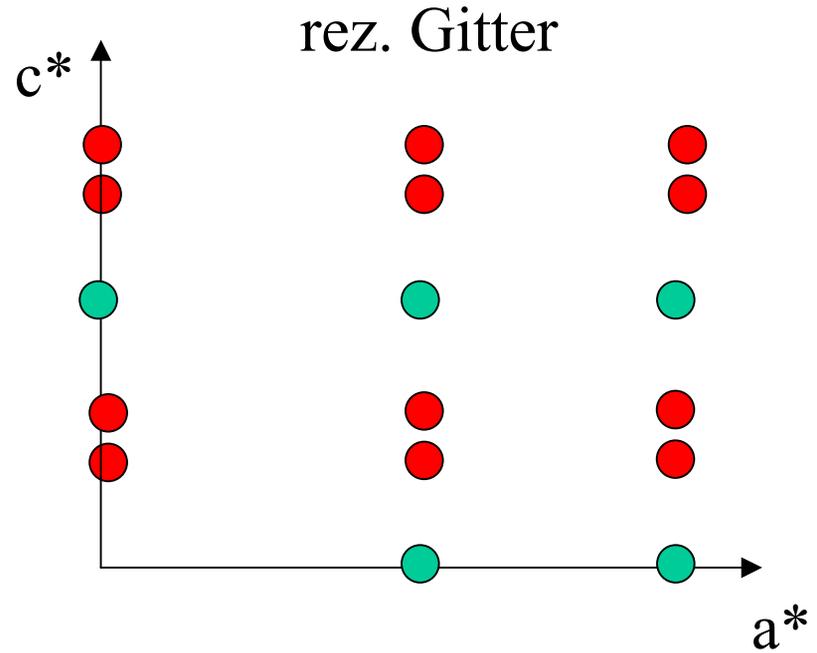
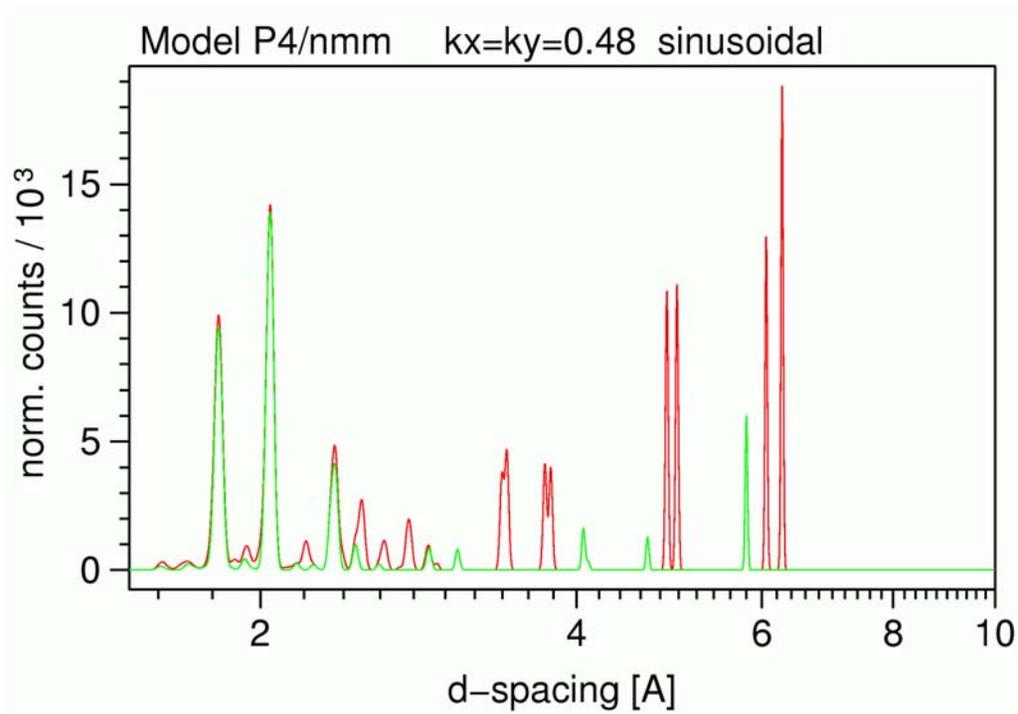


sinusmoduliert

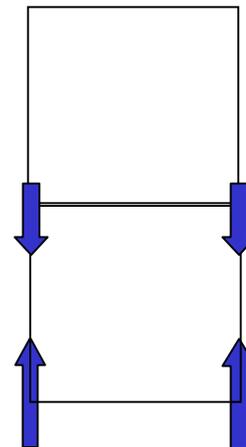
$$\mathbf{k}=(0, 0, 0.02)$$



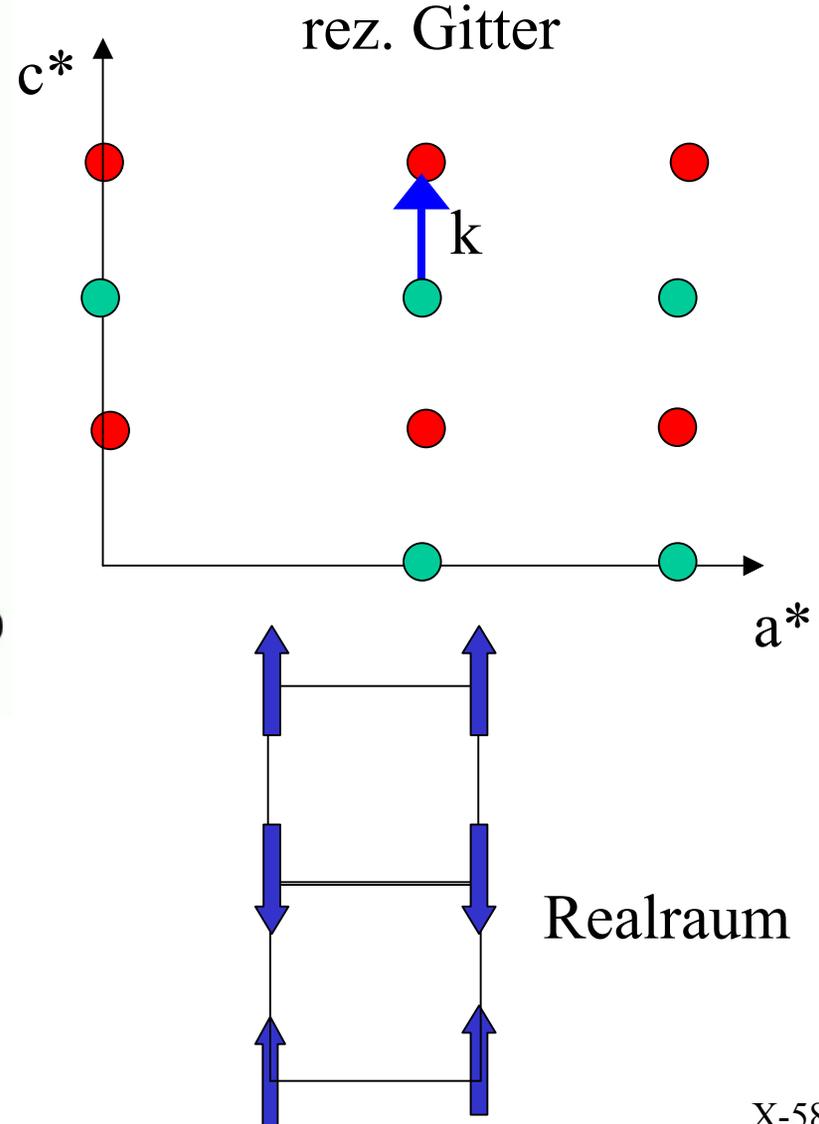
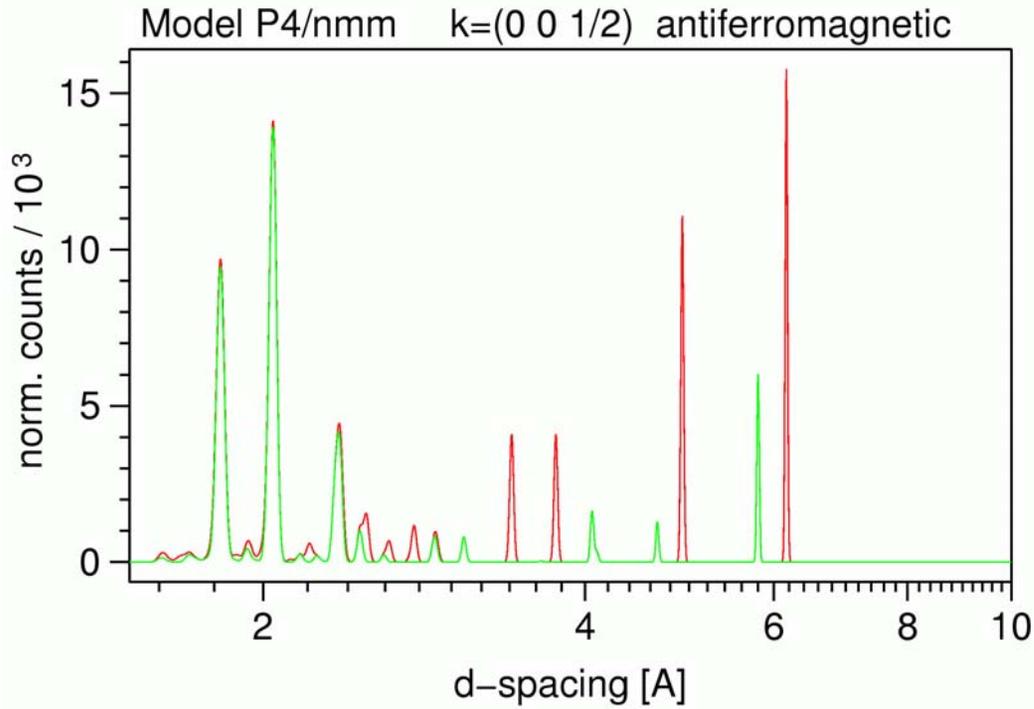
Magnetstrukturtypen im Beugungsbild



antiferromagnetisch
sinusmoduliert
 $k=(0, 0, 0.5\pm 0.02)$



Magnetstrukturtypen im Beugungsbild

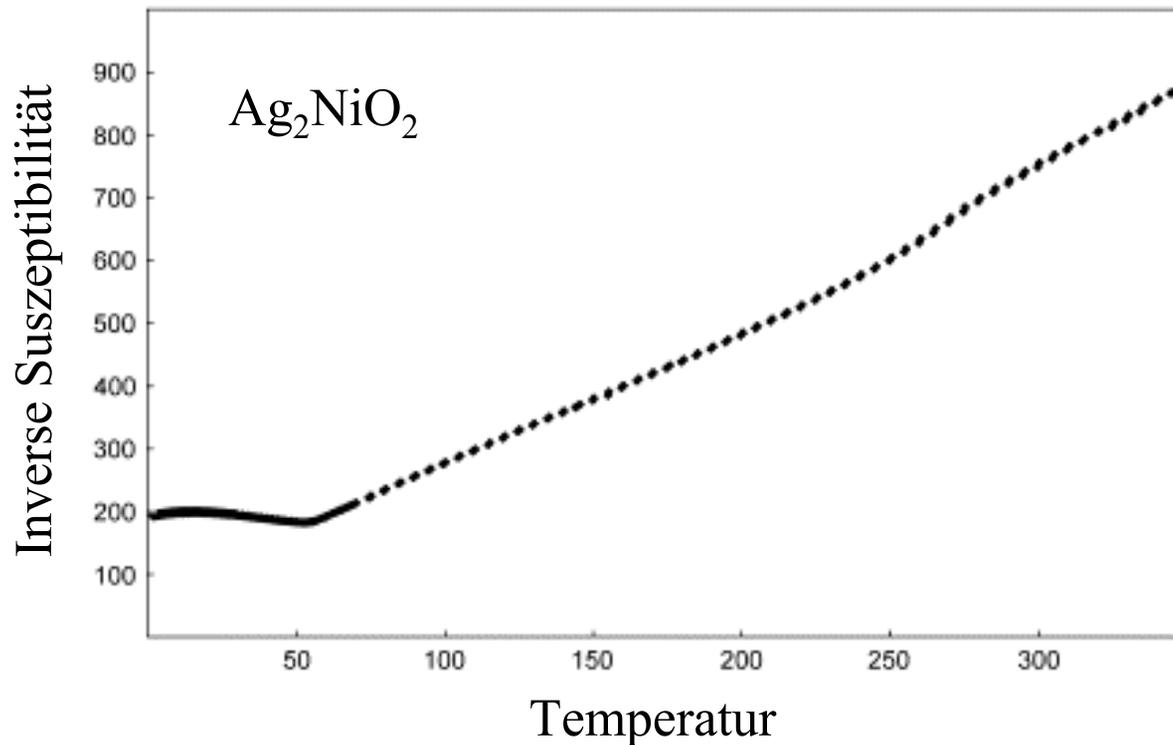


antiferromagnetisch

$k=(0, 0, 1/2)$

Vor einem Neutronenexperiment: Röntgenpulvermessungen
magnetische Suszeptibilität, etc

Hinweise auf ein AF Ordnung unterhalb $T_N=60$ K

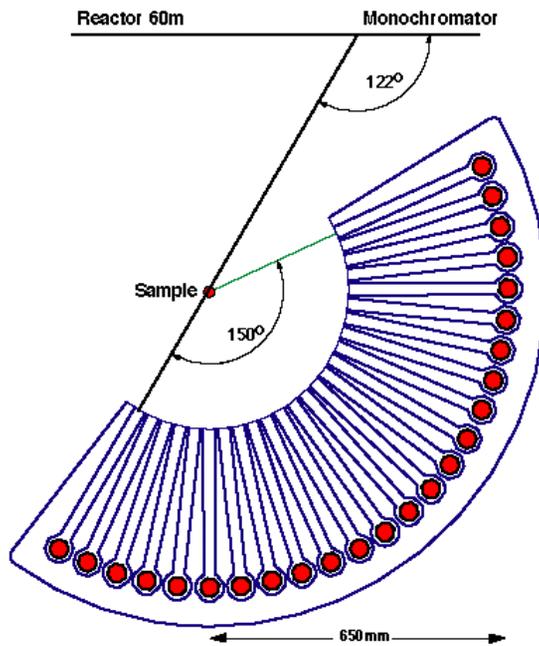


M. Schreyer, M. Jansen, Angew. Chem. 2002 114 665

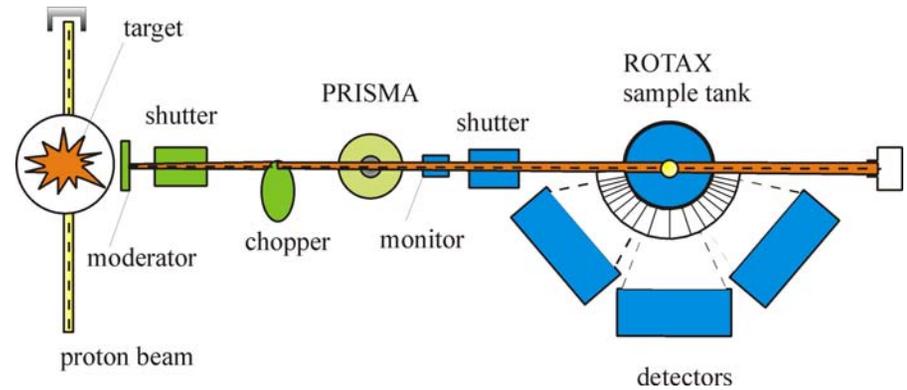
Vergleich konst. Wellenlänge - Flugzeitmethode

Constant Wavelength (D1A, ILL)

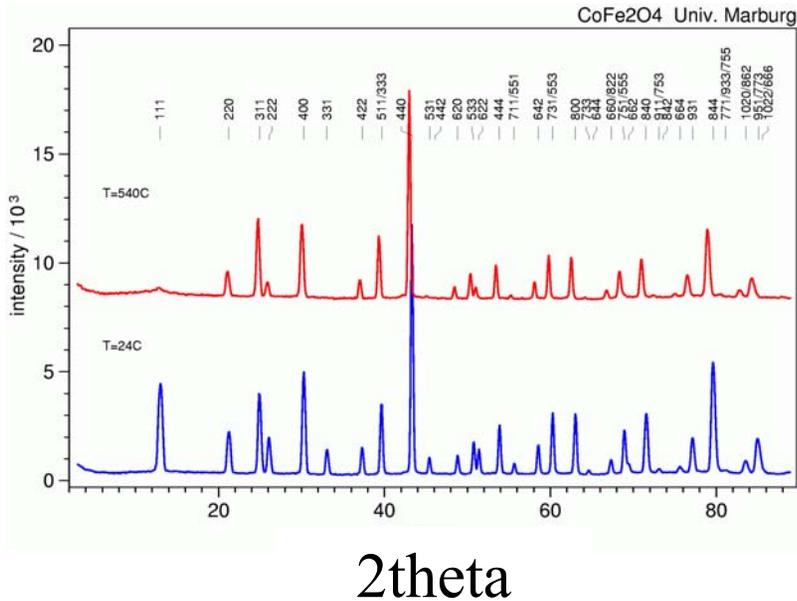
New 25-collimator detector bank on diffractometer D1A



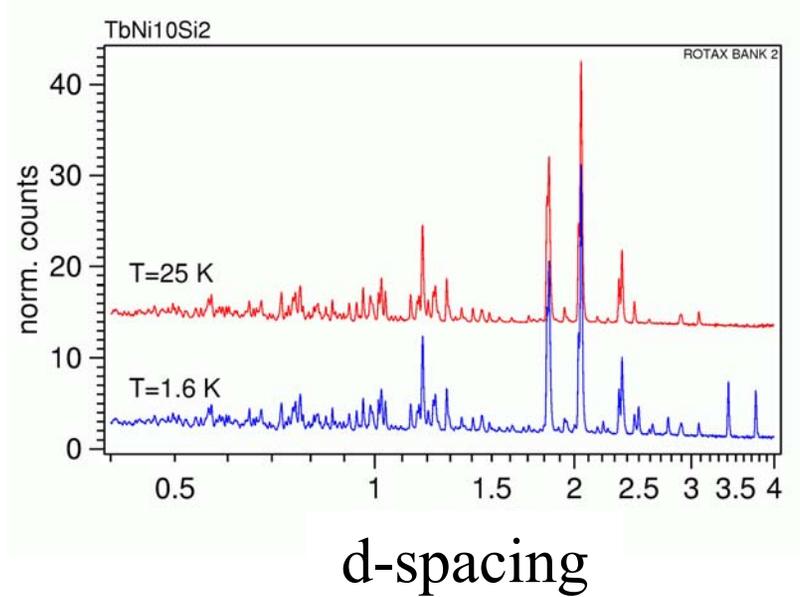
Time-of-Flight (ROTAX, ISIS)



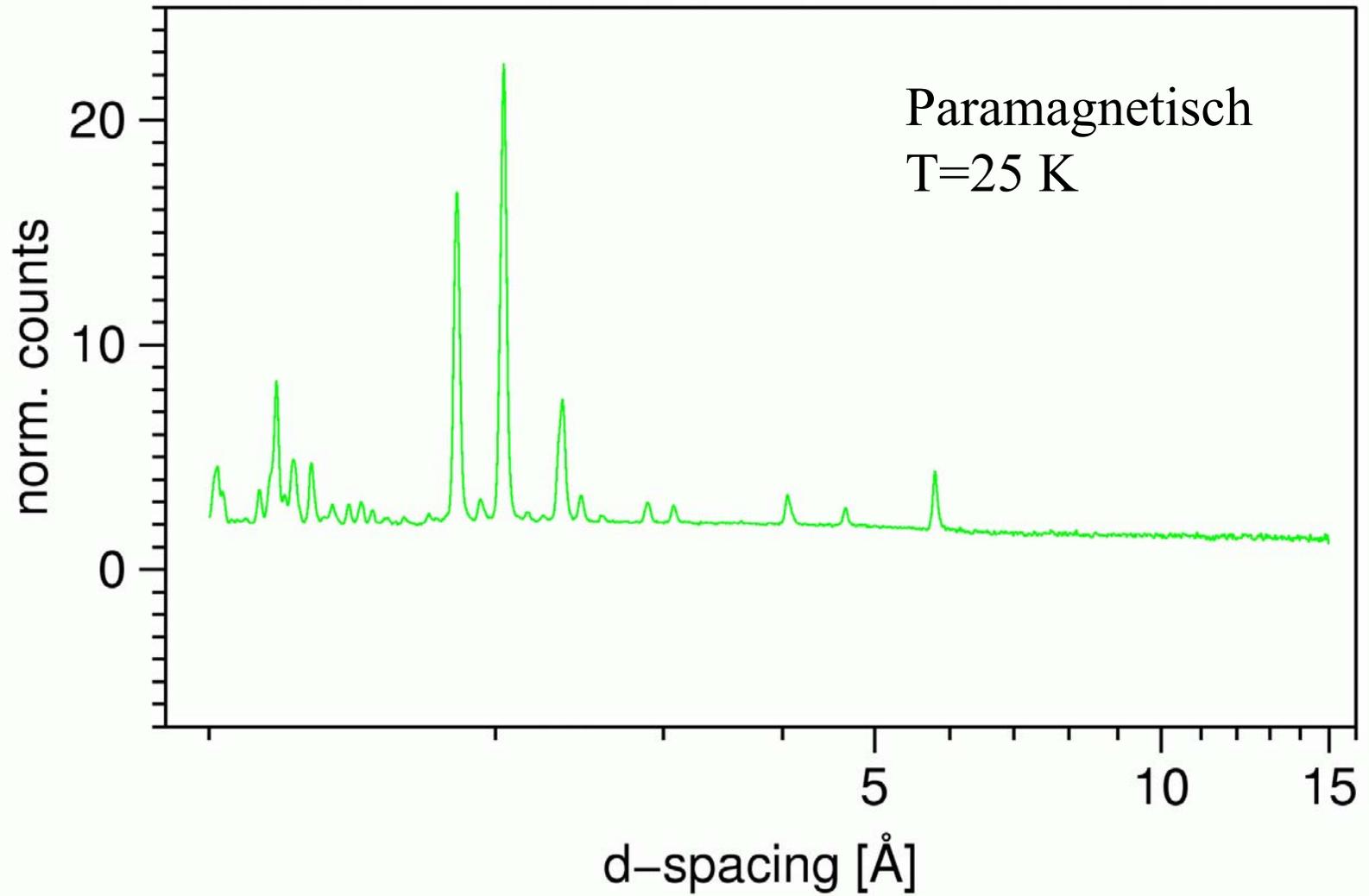
Constant Wavelength
angle-dispersive
SV7 Jülich

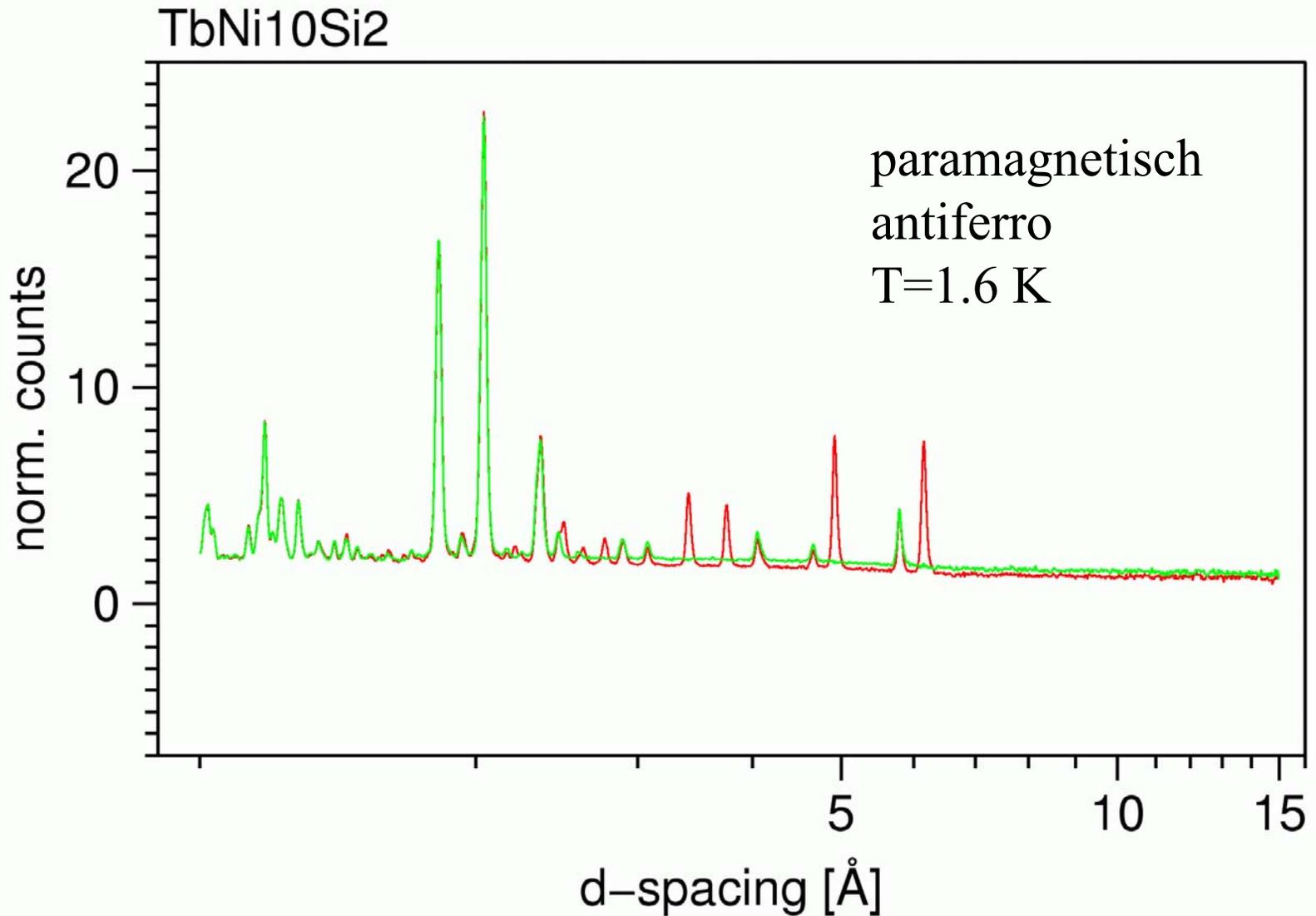


Time-of-Flight
energy+angle-dispersive
ROTAX ISIS



TbNi₁₀Si₂





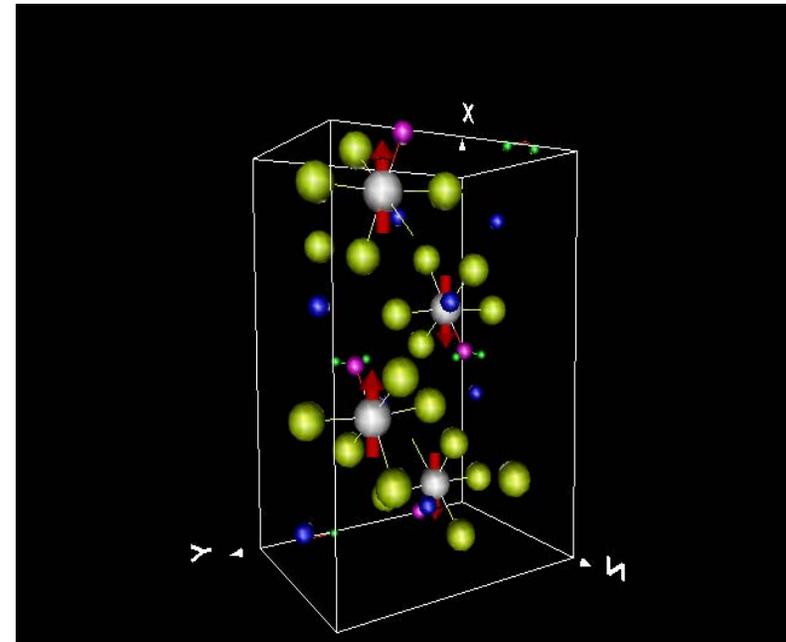
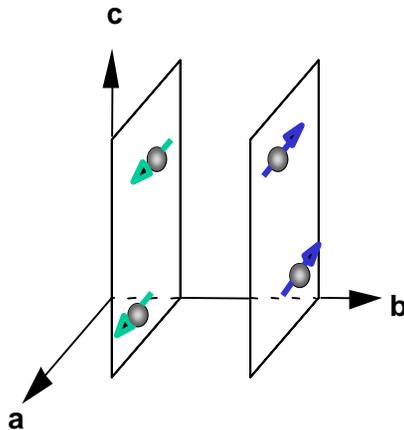
- bei tiefen Temperaturen entstehen die magnetischen Bragg-Reflexe
- magnetischer Formfaktor → stärkste Peak bei kleinem $Q \Leftrightarrow$ großem d
- oberhalb von T_N : magnetischen Momente erzeugen diffusen Untergrund

$A_2FeX_5 \cdot H_2O$ (A=K, Rb, X=Cl, Br)

Magnetische Struktur

J.Campo et al. 2000

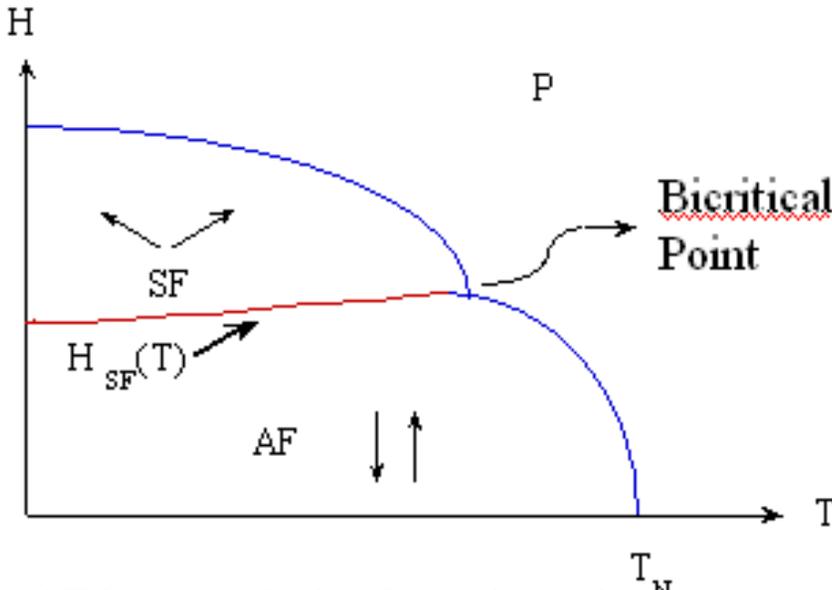
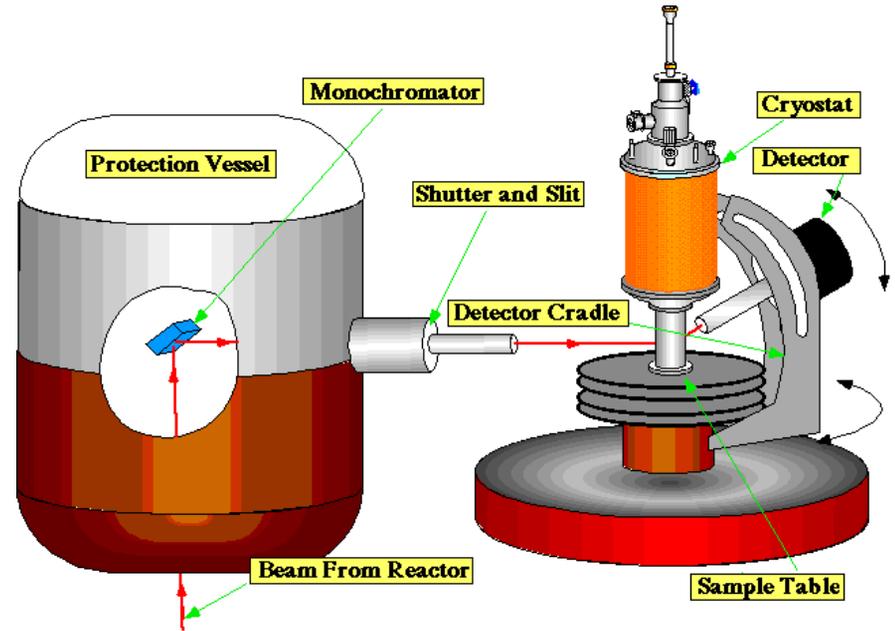
- kollinear AF mit $T_N = 14.06$ K $\mathbf{k} = (0\ 0\ 0)$
- Easy axis: a
- Ferromagnetische Ebenen
- $\perp b$ -Achse AF Kopplung



- es gibt mehrer magnetische Fe in der Elementarzelle
- eine antiferromagnetische Ordnung bricht hier NICHT die Translationssymmetrie
- damit entstehen Reflexe die ganzzahlig indiziert werden können



Spin flop Übergang bei externem Feld

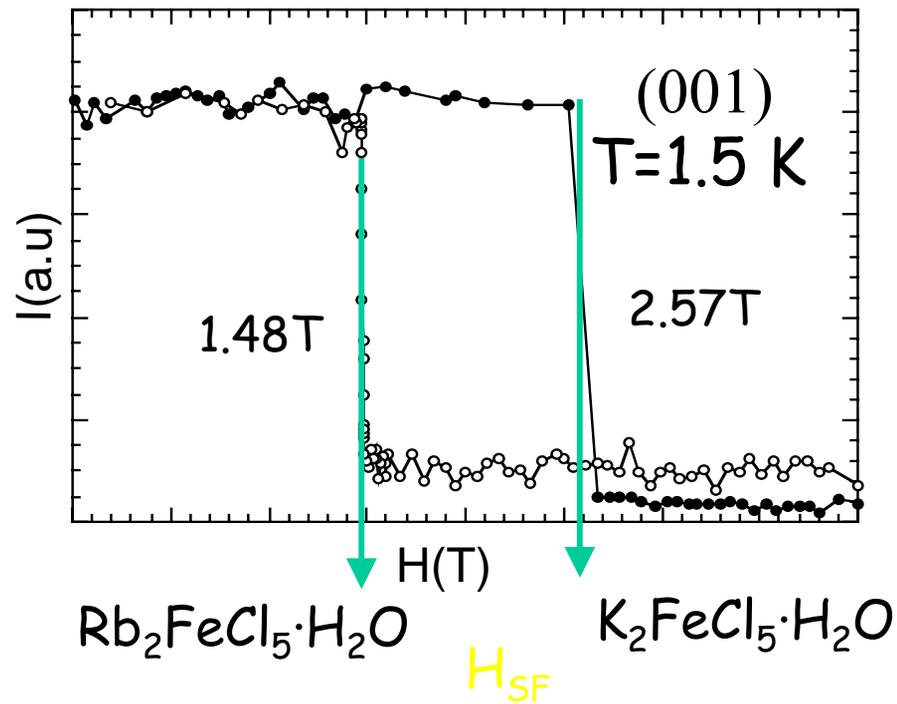
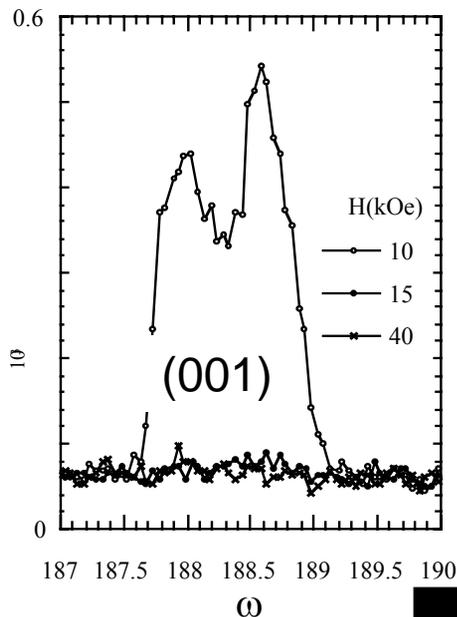
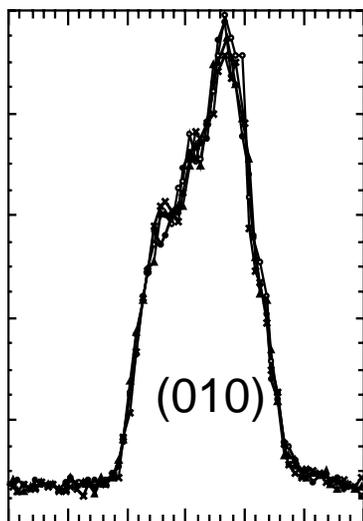


Feld entlang der Easy Axis (a)

- ein AF kann nicht leicht entlang der Richtung der magnetischen Momente im Feld polarisiert werden. Dazu muss er die Ausrichtung der magnetischen Momente drehen =: Spin-Flop
- legt man ein Feld parallel zu den AFM Momenten an erzwingt man dies.

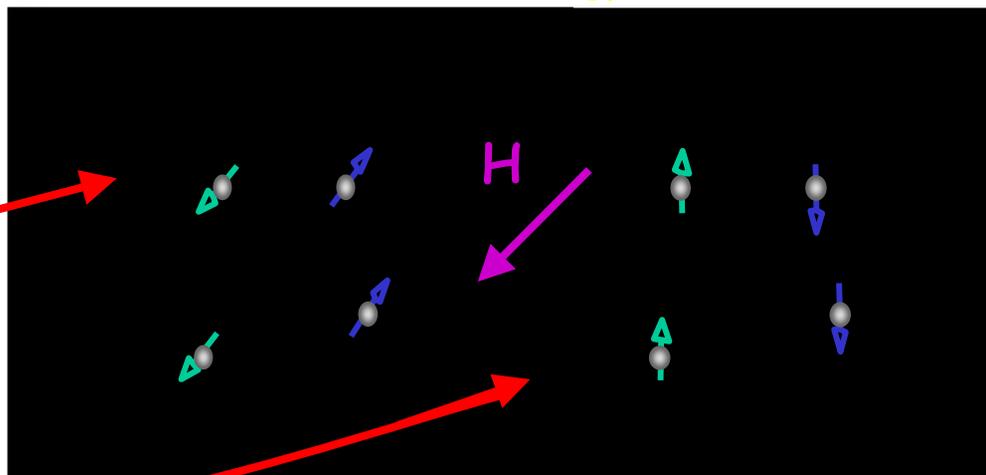
$A_2FeX_5 \cdot H_2O$ (A=K, Rb, X=Cl, Br)

$Rb_2FeCl_5 \cdot H_2O$



-1. Ordnungsübergang

- $H < H_{SF} \Rightarrow A_x \text{ Mode}$
- $H > H_{SF} \Rightarrow A_z \text{ Mode}$



VIII. Magnetismus

VIII.1 Grundlagen

VIII.2 Langevin'scher Diamagnetismus

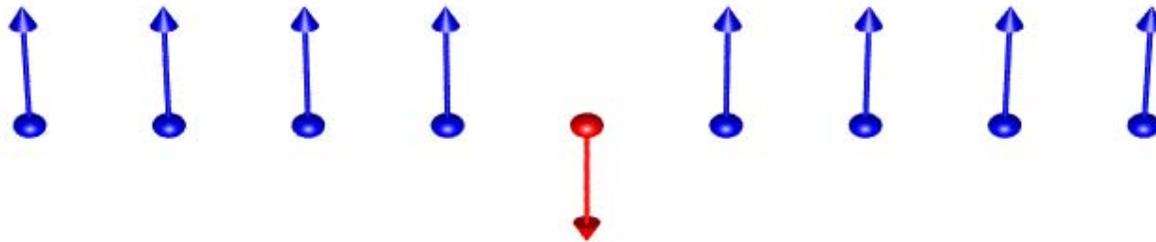
VIII.3 Paramagnetismus

VIII.4 Magnetische Ordnung

VIII.5 Magnetische Anregungen - Magnonen

VIII.5 Magnetische Anregungen - Magnonen

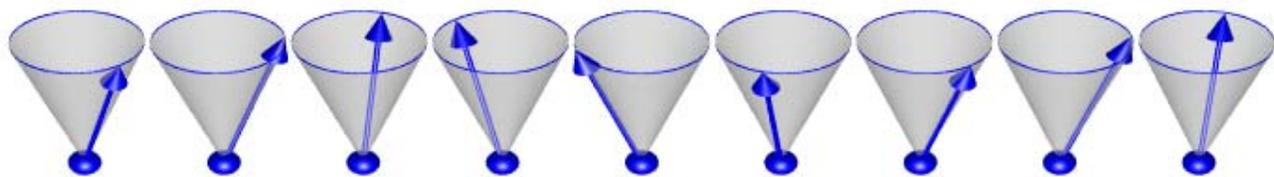


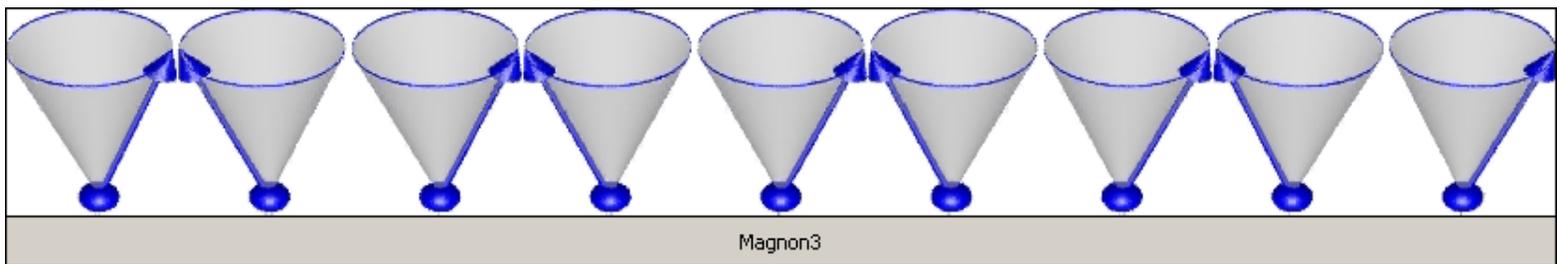
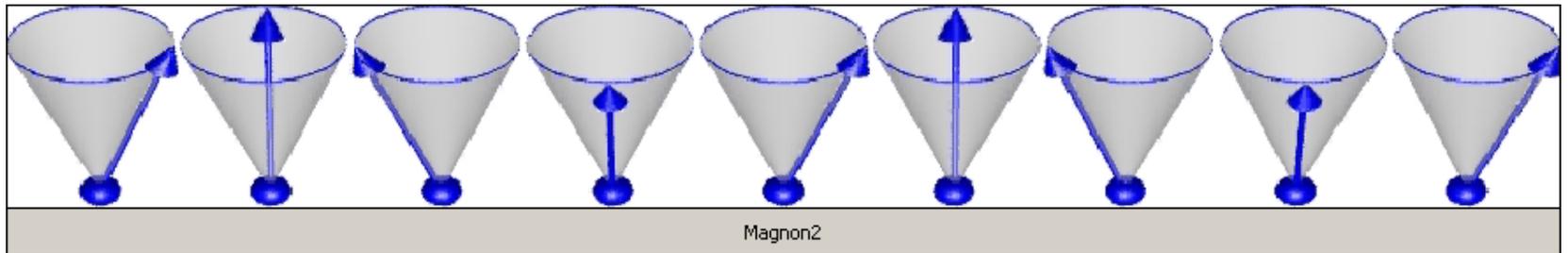
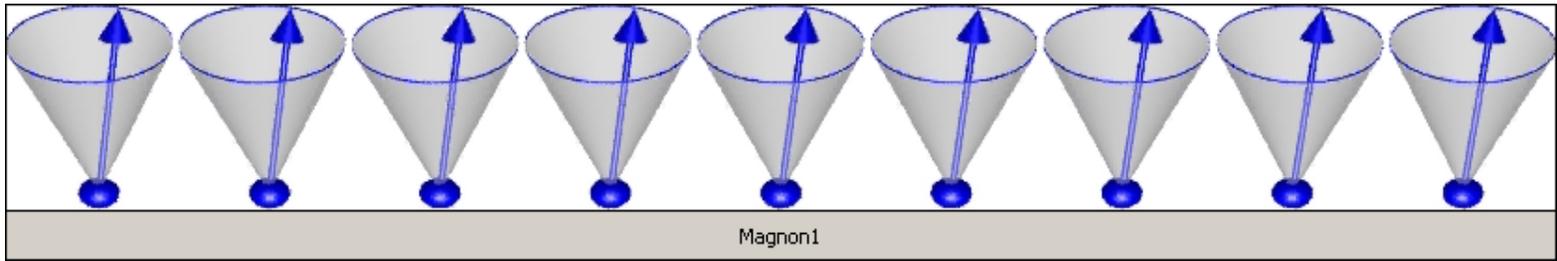


- der einzelne Spin-Flip erhöht die Gesamtenergie um einen endlichen Betrag

$$H = J \mathbf{S}_i \mathbf{S}_{i+1}$$

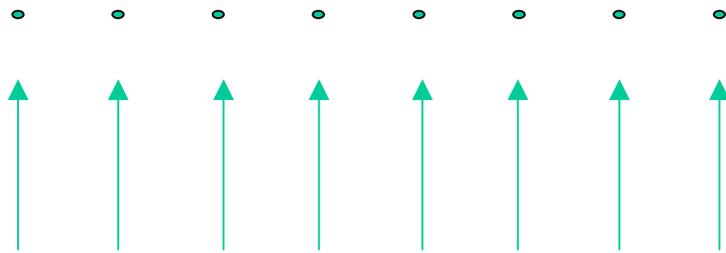
- Spin-Flip \rightarrow im Vergleich zu dem Grundzustand liegt eine um $4JS^2$ höhere Energie vor
- endliche Energie der Spinanregung : Einfluss für die spezifische Wärme festgelegt
- bei geringer Temperatur keine Besetzung
- Vorhersage der Temperaturabhängigkeit der Sättigungsmagnetisierung
- Experiment : es muss auch tiefliegende magnetische Anregungen geben
- \rightarrow Dispersion der magnetischen Anregungen : **Magnonen**





VIII.5.1 Ferromagnetische Spinwellen

$T = 0$: Ausrichtung der Spins entlang der Quantisierungsachse (bzw. Nullpunktsbewegung)



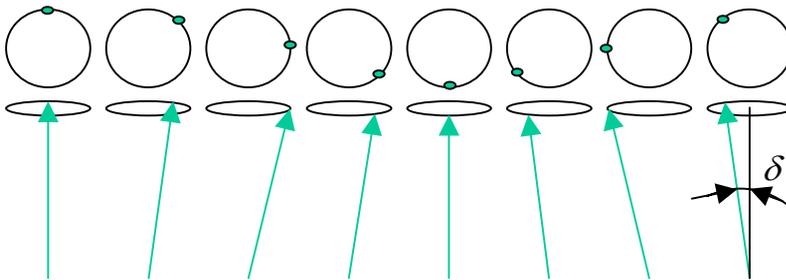
N Ionen in linearer Kette

Richtungsquantelung:

Gesamtspin in einer Richtung $N/2, N/2-1, \dots, -N/2$

$$U_{\min} = -N2JS^2$$

$T > 0$: Abweichungen der Spins von der Quantisierungsachse, propagierende Spinwelle



diskrete Werte für Winkel δ : $SN \cos \delta = SN - n$

$n = 1, 2, \dots$

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{n}{SN}$$

Quantenmechanische Behandlung der Magnonen

Spin-Wellen

jedes Atom hat Spin S der Länge $\{S(S+1)\}^{1/2}$

jede Komponente hat $m = -S, \dots, +S$

bei endlicher Temperatur ist geordnetes Moment nicht vollständig

Reduktion aufgrund von ebenen Wellen : **Spin-Wellen**

Quantisierung : \rightarrow Magnonen

thermische Besetzung der Magnonen \rightarrow Abnahme des Moments

Lineare Spin-Wellen-Theorie (vgl. harmonische Gitterdynamik) :

$$H = -\sum_{ll'} J(l-l') \mathbf{S}_l \cdot \mathbf{S}_{l'}$$

Ferromagnetisch !

Achtung : hier taucht jedes Paar zwei mal auf !!!

$$J(l-l') = J(l'-l)$$

Erinnerung Quantenmechanik : Drehimpulsmomente

S_x , S_y und S_z sind die x,y,z-Komponenten eines Drehimpulses
in Einheiten von \hbar
(gleichgültig ob Spin oder orbitales Moment)

$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$ jeder der S_x , S_y und S_z vertauschen mit S^2
aber nicht untereinander

$$[S^2, S_x] = [S^2, S_y] = [S^2, S_z] = 0$$

aber $[S_x, S_y] = i S_z$ etc.

man definiert : $S^+ = S_x + iS_y$ und $S^- = S_x - iS_y$

Eigenfunktionen existieren zu S^2, S_z

Eigenwerte : $S^2 : S(S+1)$ für $S=0, 1/2, 1, 3/2, \dots$

$S_z : -S, -S+1, \dots, +S$

$S^+|S, m\rangle = \{(S-m)(S+m+1)\}^{1/2}|S, m+1\rangle$ also $S^+|S, S\rangle = 0$

$S^-|S, m\rangle = \{(S+m)(S-m-1)\}^{1/2}|S, m-1\rangle$ also $S^-|S, -S\rangle = 0$

Ausblick : Berechnung der Spin-Wellen

Holstein-Primakoff Transformation (1940) :

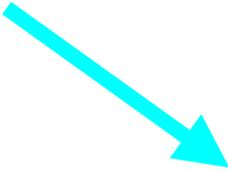
Einführung von Vernichter- und Erzeuger-Operatoren :

$$n = S - M.$$

Verschiebung der Komponente

$$S^+|n\rangle = (2Sn)^{1/2} \left(1 - \frac{n-1}{2S}\right)^{1/2} |n-1\rangle,$$

$$S^-|n\rangle = \{2S(n+1)\}^{1/2} \left(1 - \frac{n}{2S}\right)^{1/2} |n+1\rangle.$$


$$\begin{aligned} a|n\rangle &= n^{1/2}|n-1\rangle, & a^+|n\rangle &= (n+1)^{1/2}|n+1\rangle. \\ aa^+|n\rangle &= (n+1)|n\rangle, & a^+a|n\rangle &= n|n\rangle, \\ & & [a, a^+] &= 1. \end{aligned}$$

Lineare Näherung

$$S_i^+ = (2S)^{1/2} a_i, \quad S_i^- = (2S)^{1/2} a_i^+.$$

Holstein-Primakoff Transformation (1940) :

Dann drückt man die S-Terme in den Erzeuger/Vernichtern aus
Fourier-Koeffizienten :

$$a_l = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{l}) b_{\mathbf{q}},$$
$$a_l^+ = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{q}} \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{l}) b_{\mathbf{q}}^+,$$

$$b_{\mathbf{q}} = N^{-1/2} \sum_l \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{l}) a_l,$$
$$b_{\mathbf{q}}^+ = N^{-1/2} \sum_l \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{l}) a_l^+.$$

- die Behandlung der Magnonen ist sehr ähnlich zu der der Gitterdynamik
- insbesondere sind eine Art Fouriertransformationen der magnetischen WW-Parameter $J(\mathbf{r})$ zu berechnen

$$H = -NS^2 \mathcal{J}(0) + 2S\mathcal{J}(0) \sum_l a_l^\dagger a_l - 2S \sum_{ll'} J(\mathbf{l} - \mathbf{l}') a_l a_{l'}^\dagger,$$

$$\mathcal{J}(\mathbf{q}) = \sum_{\boldsymbol{\rho}} J(\boldsymbol{\rho}) \exp(i\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}),$$

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{l} - \mathbf{l}'.$$

ähnlich wie bei Phononen : Fourier-Transformierte der J 's

$$\sum_l a_l^\dagger a_l = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} \sum_l \exp\{i(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \cdot \mathbf{l}\} b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}'} = \sum_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}}.$$

Zeitabhängige Form der Erzeuger/Vernichter-Operatoren

$$a_l(t) = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{q}} \exp\{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{l} - \omega_{\mathbf{q}}t)\} b_{\mathbf{q}},$$

$$a_l^+(t) = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{q}} \exp\{-i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{l} - \omega_{\mathbf{q}}t)\} b_{\mathbf{q}}^+.$$

- Spin-Wellen : Hamilton-Operator in Magnonen-Termen

$$H = H^0 + \sum_{\mathbf{q}} \hbar \omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}},$$

$$H^0 = -S^2 N \mathcal{J}(0) = -S^2 N \sum_{\boldsymbol{\rho}} J(\boldsymbol{\rho}),$$

$$\hbar \omega_{\mathbf{q}} = 2S \{ \mathcal{J}(0) - \mathcal{J}(\mathbf{q}) \}.$$

$$\hbar\omega_{\mathbf{q}} = 2S\{\mathcal{F}(0) - \mathcal{F}(\mathbf{q})\}.$$

Allgemeines Ergebnis : Fouriertransform. 's der J !!

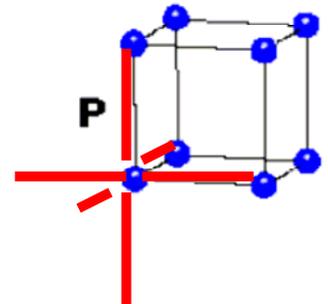
Einfachstes Beispiel :

Nur \mathbf{r} nächste Nachbarn koppeln mit \mathbf{J}

$$\mathcal{F}(0) = rJ,$$

$$\mathcal{F}(\mathbf{q}) = rJ\gamma_{\mathbf{q}},$$

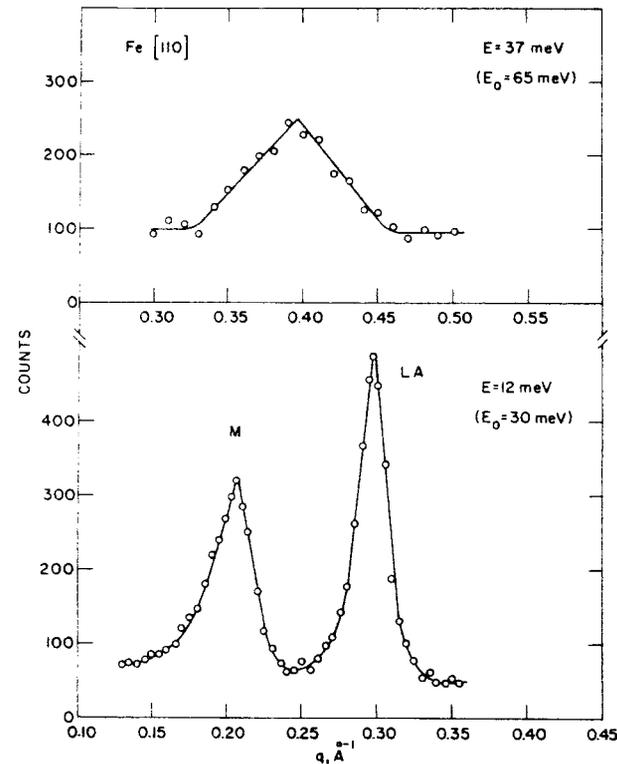
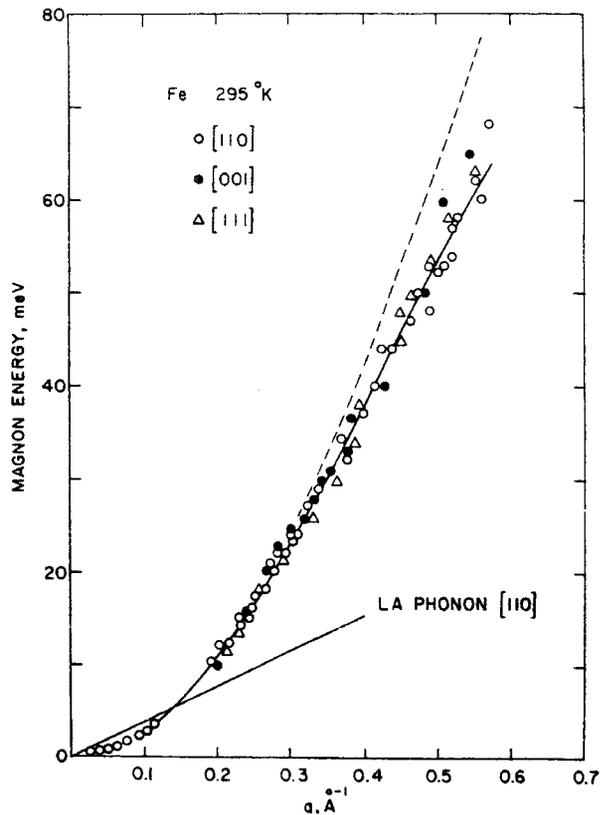
$$\gamma_{\mathbf{q}} = \frac{1}{r} \sum_{\boldsymbol{\rho}} \exp(i\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}).$$



- einfach kubisch (Konstante a) $\hbar\omega_{\mathbf{q}} = 2SJ[r - \sum \cos(\mathbf{q}\boldsymbol{\rho})]$
für kleine \mathbf{q} : $=Dq^2$ mit $D=2JSa^2$
- höchste Energie „entspricht“ Flippen eines Spins !
- **MERKE : Ferromagneten haben quadratische Spinwellendispersion bei kleinem \mathbf{q} !**

Klassisches Beispiel Fe

magnon dispersion in Fe Shirane et al. (1968)



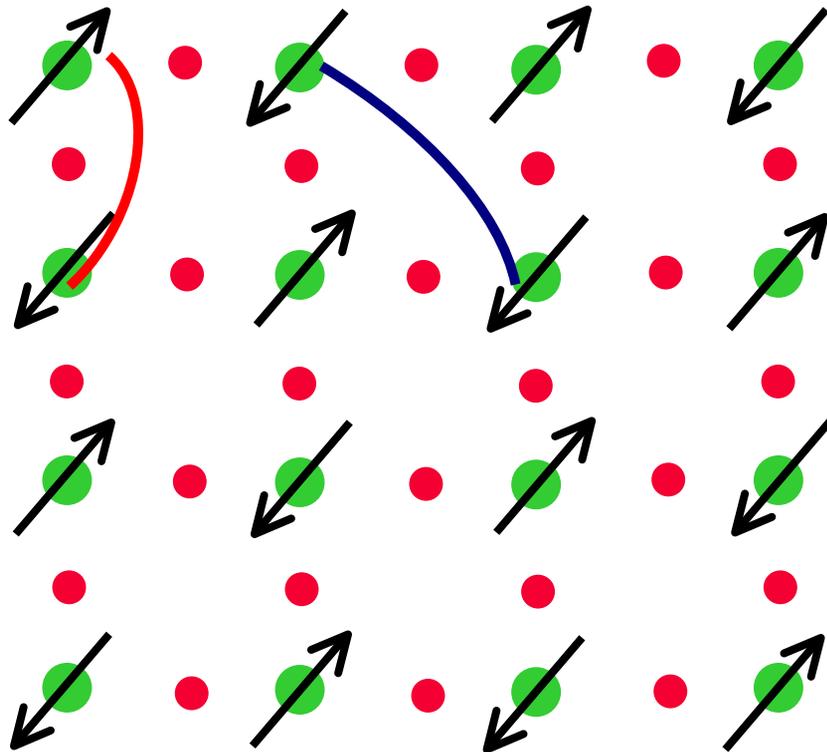
$$\omega = D \cdot q^2$$

$$D = 2J \cdot S \cdot a^2$$

- Die Dispersion der Magnonen ist STEILER als die der Phononen.
- **Merke** : Magnetische Anregungen können sehr hohe Energien besitzen.

VIII.5.2 Magnonen in Antiferromagneten

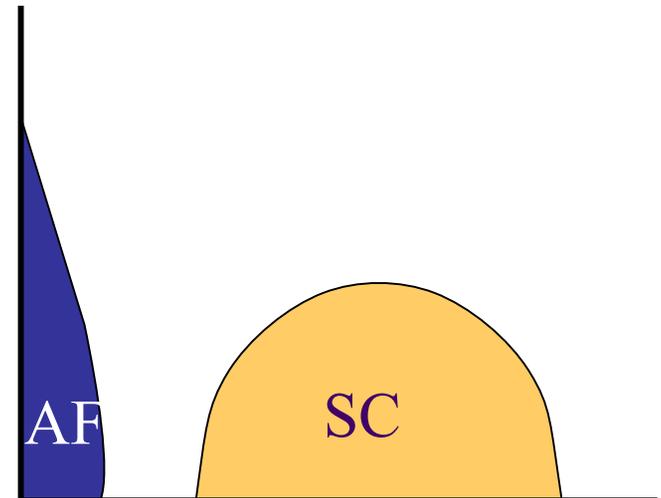
Beispiel : Grundsubstanzen der Hochtemperatursupraleiter
zwei-dimensionale antiferromagnetische Ordnung



● Oxygen ● Cu

Dotierung mit Löchern

**Supraleitung bei
spezieller Dotierung**



Lineare Spin-Wellen-Theorie : Antiferromagneten

- Wechselwirkungen zwischen up und down

$$\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{n},\mathbf{r}} J(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{m}+\mathbf{r}} + \sum_{\mathbf{n},\mathbf{r}} J(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}+\mathbf{r}} +$$
$$- \sum_{\mathbf{m},\mathbf{R}} J_1(\mathbf{R}) \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{m}+\mathbf{R}} + \sum_{\mathbf{n},\mathbf{R}} J_2(\mathbf{R}) \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}+\mathbf{R}} -$$
$$- g_1 \mu_B (H + H_{A,1}) \sum_{\mathbf{m}} \hat{S}_{\mathbf{m}}^z - g_2 \mu_B (H - H_{A,2}) \sum_{\mathbf{n}} \hat{S}_{\mathbf{n}}^z,$$

- Wechselwirkungen zwischen 2 up's oder 2 down's

Grundsätzlicher Unterschied :

Gitter *bipartit* (zwei Untergitter)

↔ Summen über \mathbf{m} und \mathbf{n} und Verbindungsvektoren \mathbf{r}

Kopplungen innerhalb eines Gitters : \mathbf{R}

hier zusätzlich : **Anisotropieterme** und **externes Feld**

Bemerkung :

jedes Paar zwischen den beiden Gittern tritt doppelt auf

Antiferromagnet mit nächster Nachbarkopplung :

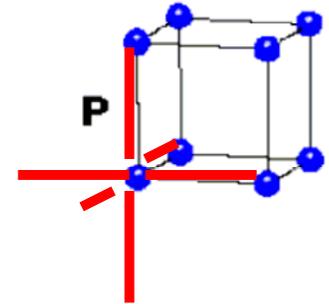
die Dispersion wird schon mit wenigen Parametern kompliziert !

$$\hbar\omega_{\mathbf{q},a} = q \left\{ \frac{4S^2}{3} \mathcal{J}(0)(J^{(2)} - J'^{(2)}) \right\}^{1/2} + (-1)^a g\mu_B H$$

h_A -Anisotropie-Feld

$$\hbar\omega_{\mathbf{q}} = 2rJS \left\{ (1 + h_A)^2 - \gamma_{\mathbf{q}}^2 \right\}^{1/2} = 2rJS \mathcal{E}_{\mathbf{q}},$$

$$\gamma_{\mathbf{q}} = \frac{1}{r} \sum_{\boldsymbol{\rho}} \exp(i\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\rho}).$$



- maximale Energie : $2J \cdot S \cdot \text{Anzahl der Nachbarn } (r) !$
- einfach kubisch nur J zwischen nächste Nachbarn „+“ und „-“
- $\hbar\omega_{\mathbf{q}} = 2rSJ \left\{ 1 - \left[\frac{1}{r} \sum \cos(\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}) \right]^2 \right\}^{1/2}$ da $+\boldsymbol{\rho}$ und $-\boldsymbol{\rho}$ existieren
- für q klein parallel zur $[111]$ -Richtung : $\hbar\omega_{\mathbf{q}} = 2rSJ \left\{ 1 - \left[\frac{6}{6} \cos(\mathbf{q}\mathbf{a}) \right]^2 \right\}^{1/2}$
 $= 2rSJ \left\{ \sin(\mathbf{q}\mathbf{a})^2 \right\}^{1/2}$
 $= 2rSJ \left\{ \sin(\mathbf{q}\mathbf{a}) \right\} \approx 2rSJ\mathbf{a} \cdot \mathbf{q} \approx q$

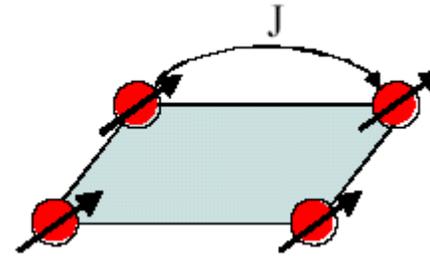
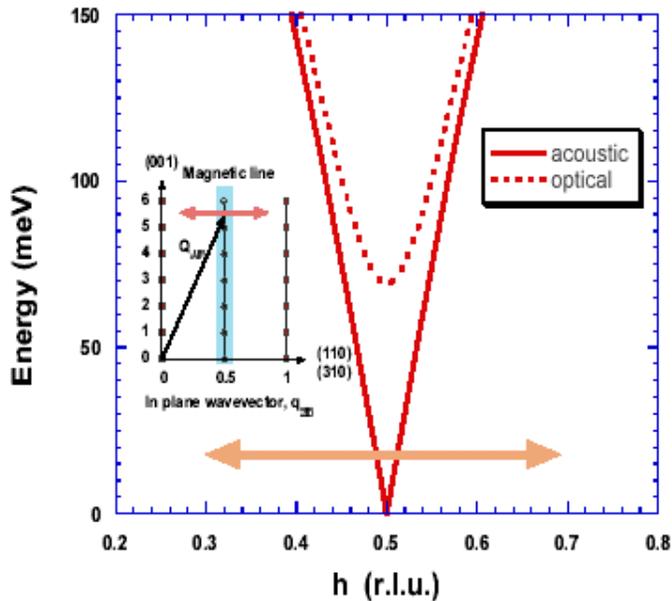
Was soll man sich von dem allen **MERKEN** ?

Vergleich AFM und FM :

FM : bei kleinem q quadratische Spin-Wellen-Dispersion
 $\hbar\omega_q = Dq^2$ mit $D=2JSa^2$ für kleine q
D-Magnonen-Steifigkeit

AFM : bei kleinem q lineare Spin-Wellen-Dispersion (wie Phononen)
 $\hbar\omega_q = \hbar c q$ mit $c=rJSa/\hbar$ für kleine q
c-Spinwellengeschwindigkeit
 $\hbar\omega_0 = 2*r*J*S$ maximale Energie am Zonenrand

Kuprate : Anregungen im AFM - Zustand



➤ Wichtiger Parameter :
Cu–O–Cu Superaustausch-WW J

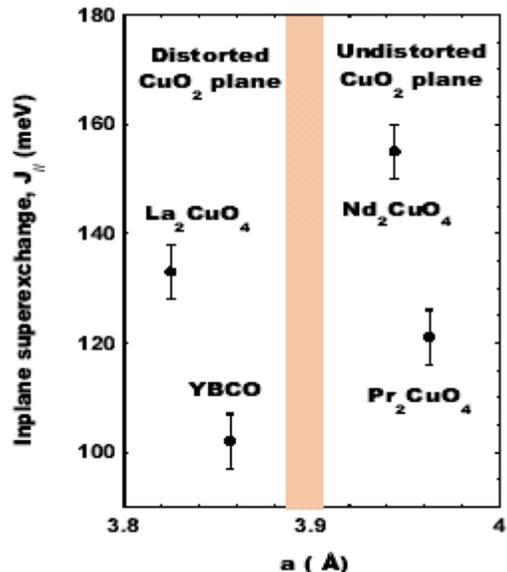
➤ Spinwellen-Anregung:

startet linear gemäß $\omega_q = cq$

aus c folgt J: $c = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot S \cdot Z_c \cdot a \cdot J$

YBCO_{6.1} : J = 130 meV

>> das sind sehr hohe Energieskalen,
die u.U. verantwortlich für das
hohe T_c ist ???



Bourges et al., 1997

0. Einführung : Was ist Festkörperphysik

I. Vorbemerkungen

II. Periodische Strukturen

II.1 Anordnung von Atomen, Symmetrieoperationen

II.2 Kristallsysteme und Bravais-Gitter

II.3 Raumgruppen

II.4 Verschiedene Zellen

II.5 Kristallstrukturen

II.6 Kristalline Defekte

III. Wellen in periodischen Strukturen

III.0 Wellen

III.1 Das reziproke Gitter

III.2 Die erste Brillouin-Zone (BZ)

III.3 Gitterebenen und Miller-Indizes

III.4 Beugung von Wellen an Gitterebenen

III.5 Praktische Strukturbestimmung durch Beugung

III.6 Temperaturabhängigkeit der Bragg-Reflexe

III.7 Nicht-kristalline Stoffe

IV Bindungen in Kristallen

IV.1 Molekülkristalle

IV.2 Einschub : Atomaufbau

IV.3 Ionenkristalle

IV.4 Kovalente Kristalle

IV.5 Metallische Bindung

IV.6 Wasserstoffbrückenbindung

IV.5 Ionen-Radien, Atomradien

V. Gitterdynamik

V.1 Wo spielen Gitterschwingungen eine Rolle? Grundlagen

V.2 Einfachstes Beispiel : Lineare einatomige Kette

V.3 Gitterdynamik in harmonischer Näherung

V.4 Beziehung zwischen Gitterdynamik und Elastizitätstheorie

V.5 Experimentelle Techniken zur Analyse der Gitterdynamik

V.6 Thermodynamik von Gitterschwingungen

VI Elektronische Struktur : Das freie Elektronengas

VI.1 Grundzustand

VI.2 Thermodynamische Größen

VI. 3 Fermi-Statistik

VI.4 Theorie der spezifischen Wärme des Elektronengases

VI.5 Magnetische Eigenschaften des freien Elektronengases

VI.6 Transporteigenschaften in kinetischer Theorie

VI.7 Elektrischer Widerstand

VI.8 Thermische Leitfähigkeit

VI.9 Bewegung im Magnetfeld

VII. Elektronische Struktur : Energiebänder

VII.1 Vorbemerkungen

VII.2 Bloch-Funktionen

VII.3 Quasiimpuls des Elektrons

VII.4 Lösung der Hauptgleichung : Bandstruktur, Fermiflächen

VIII. Magnetismus

VIII.1 Grundlagen

VIII.2 Langevin'scher Diamagnetismus

VIII.3 Paramagnetismus

VIII.4 Magnetische Ordnung

VIII.5 Magnetische Anregungen – Magnonen

IX. Supraleitung