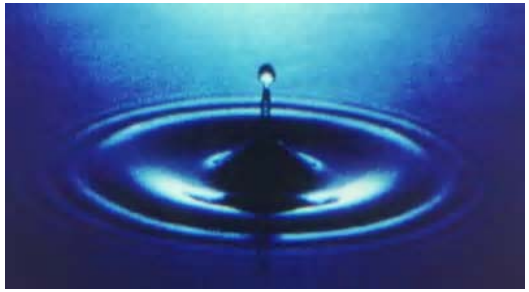
6 Optik

6.1 Mechanische Wellen & elektromagnetische Wellen



transversale & longitudinale Wellen

Interferenz

Polarisation

Reflexion, Brechung, Dispersion

Totalreflexion

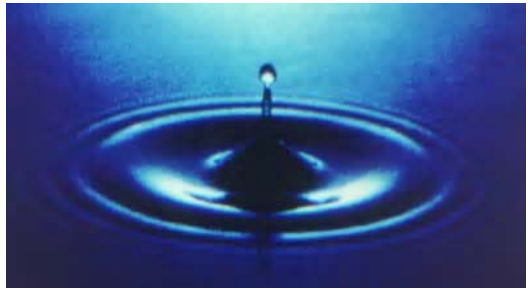
Brewster-Winkel

6.2 Abbildungen

6.1 Wellen

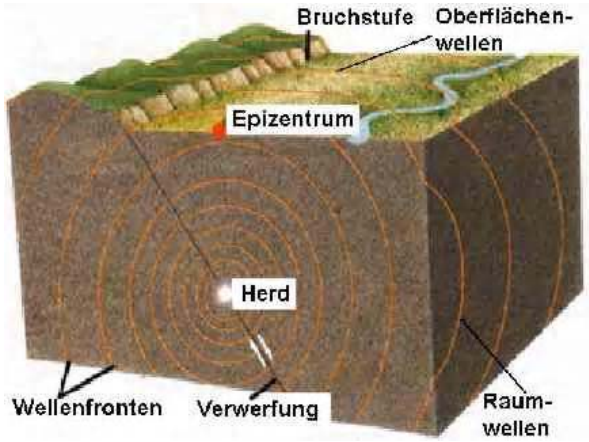
1) Mechanische Wellen (laufen in materiellem Medium)

Wasserwellen



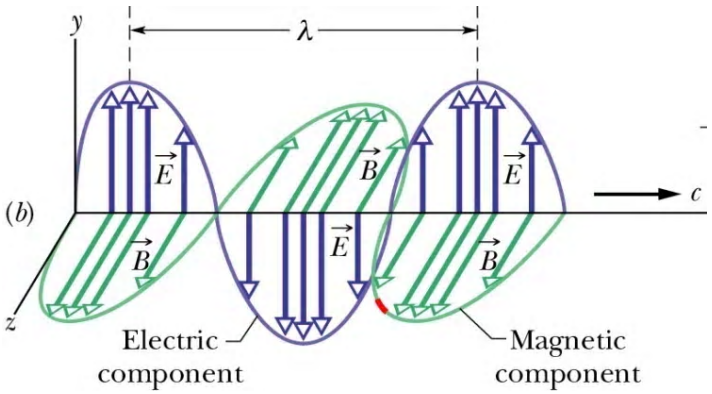
Schallwellen (Luft, Druck)

Seismische Wellen (Gestein)



2) Elektromagnetische Wellen

(Vakuum & Materie)



3) Materiewellen

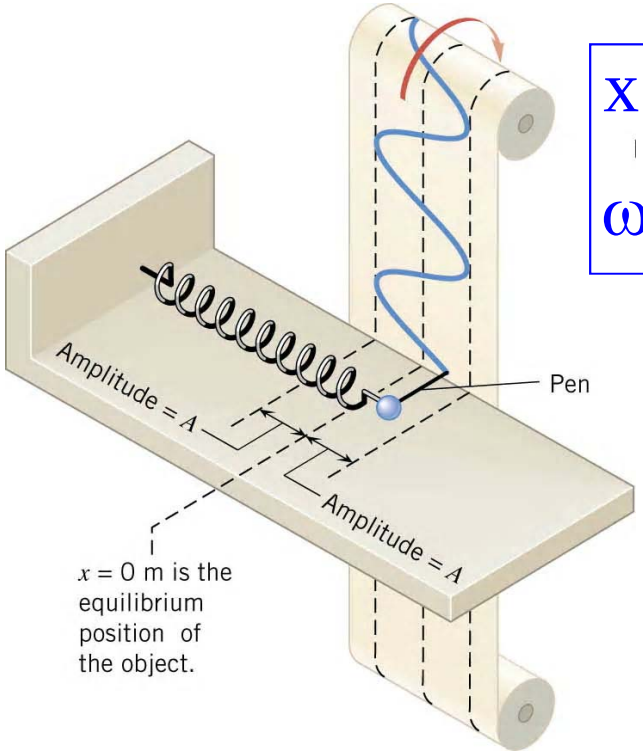
Quantenmechanik: Elementarteilchen (Elektron, Proton, …) besitzen Welleneigenschaften.

Teilchen – Welle – Dualismus:

manche Eigenschaften lassen sich besser im Teilchenbild beschreiben, andere im Wellenbild

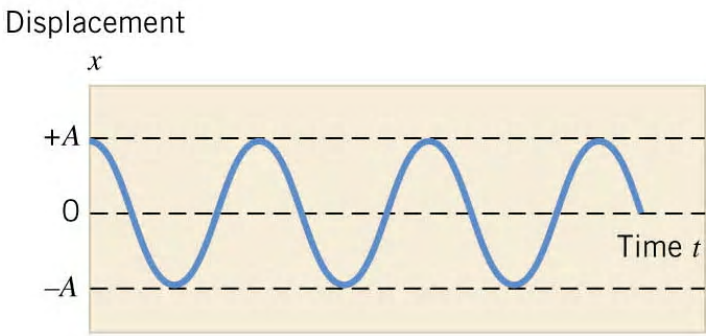
6.1 Wellen: Schwingung

Erinnerung: horizontales **Federpendel**

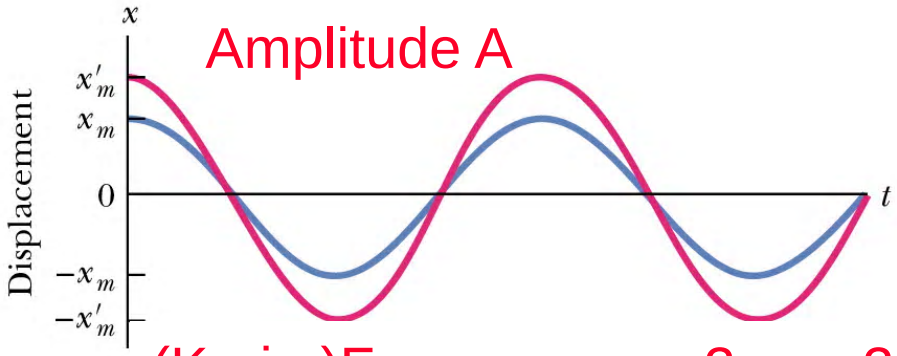


$$x(t) = A\,\sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{D/m}$$

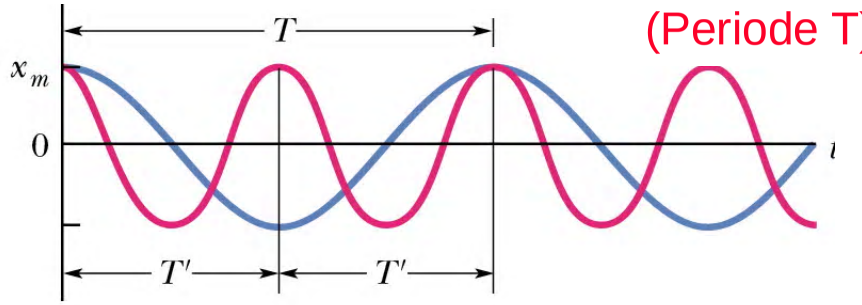


Kosinus mit Änderung der

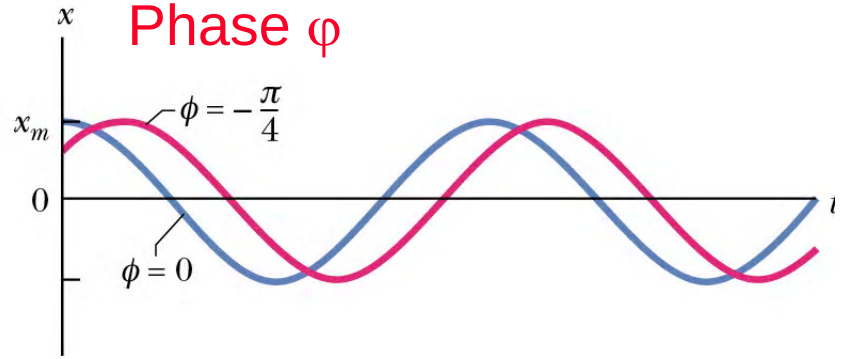


(Kreis-)Frequenz $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$

(Periode T)



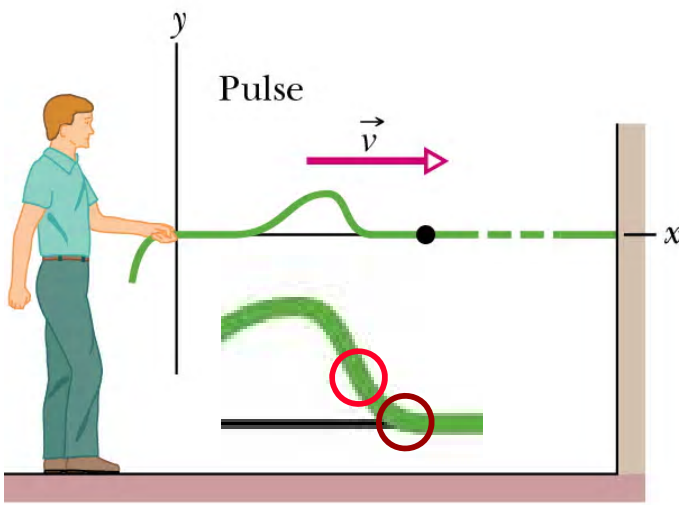
(b)



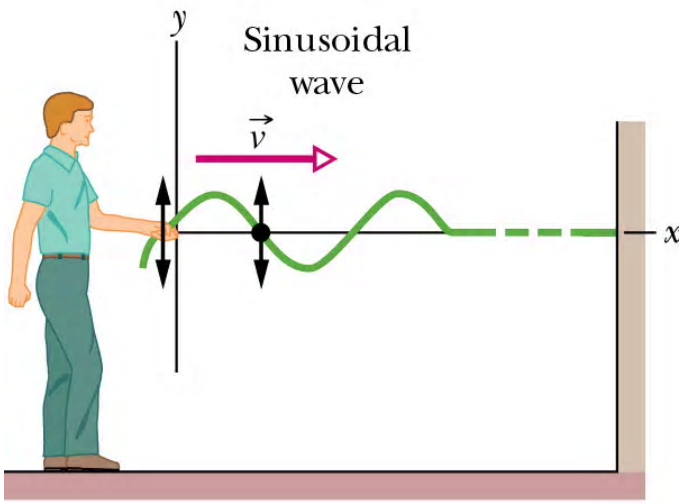
(c)

6.1 Wellen

Mechanische (Seil-)Wellen



(a)



(b)

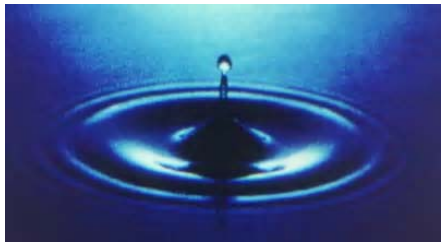
Seil unter Zugspannung.

An jedem **Punkt x schwingt** ein Teilchen (Seilstück) in **y-Richtung**. Die Schwingung eines Teilchens zieht das Nachbarteilchen mit.

Welle: Zusammenspiel dieser Schwingungen.

Welle transportiert Energie und Information

mit der Geschwindigkeit v, aber das **Medium** (Seil, Wasser, Luft, …) **wird nicht transportiert**.



Energie wird links von der Person investiert und von der Welle nach rechts transportiert.

6.1 Wellen

Form der Welle (Ko-)Sinus als Funktion von **Zeit und Ort**:

$$y(x,t) = y_{max}\,\sin(k\cdot x - \omega\cdot t)$$

y_{max}: Amplitude (Lautstärke~y_{max}^2)

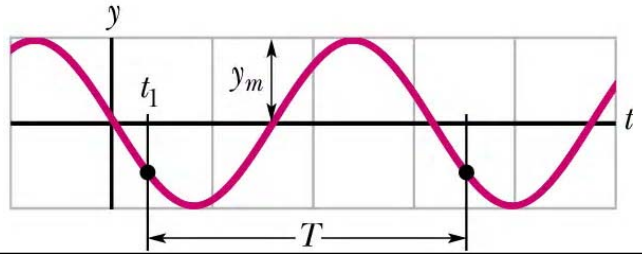
ω: (Kreis-)Frequenz (Tonhöhe)

$kx - \omega t$: Phase

Allgemein: y(x,t) = f(x-vt), aber jede beliebige Form kann als Überlagerung von sinus-förmigen Wellen verschiedener Frequenz dargestellt werden (Fourier-Zerlegung).

Für ein **festes x_0**: Schwingung von Teilchen am Ort x_0

$$y(x_0,t) = y_{max}\,\sin(const - \omega\cdot t)$$

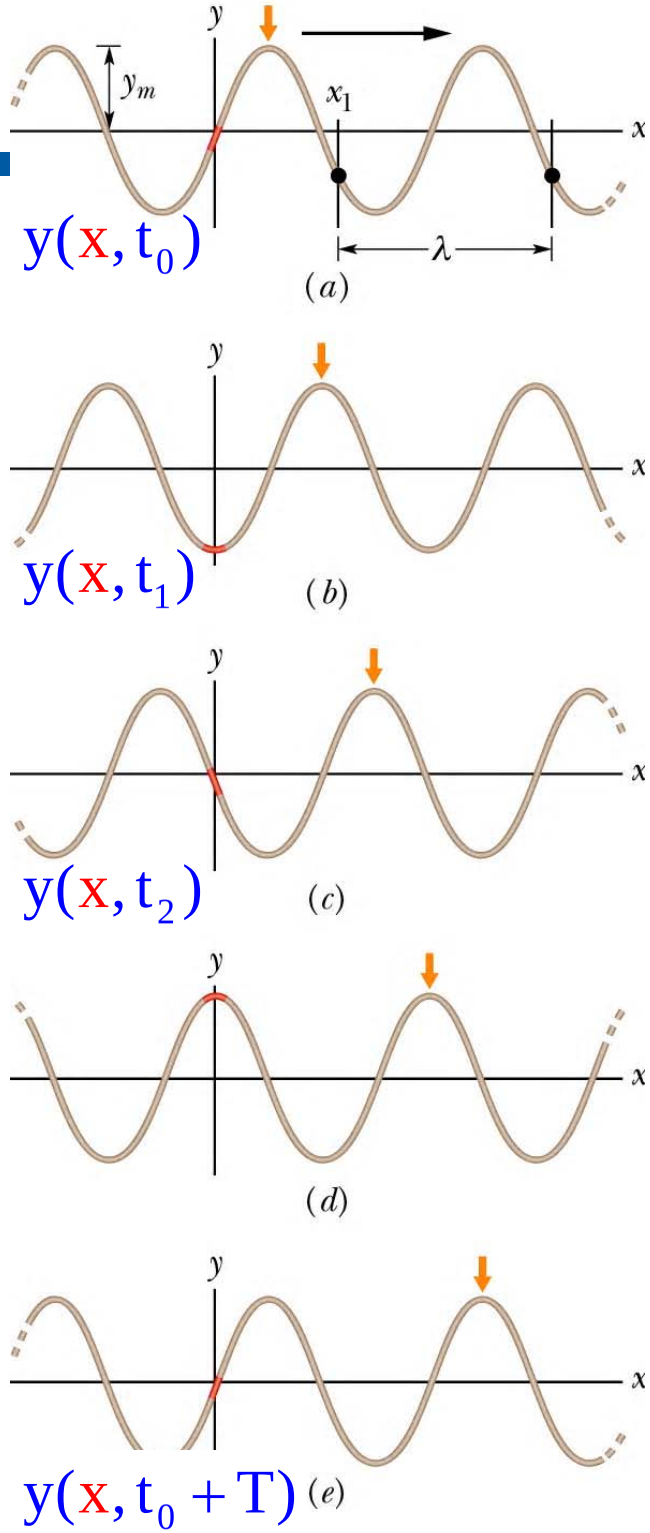


Abbildungen rechts:

Welle zu verschiedenen **(festen) Zeiten t_i**:

$$y(x,t_i) = y_{max}\,\sin(k\cdot x - \omega\cdot t_i)$$

k ist die „Frequenz im Ortsraum“



6.1 Wellen

Form der Welle (Co-)Sinus als Funktion von **Zeit und Ort**:

$$y(x,t) = y_{max}\,\sin(k\cdot x - \omega\cdot t)$$

y_{max}: Amplitude (Lautstärke~y_{max}^2)

ω: (Kreis-)Frequenz (Tonhöhe)

$kx - \omega t$: Phase

Wellenlänge λ & Wellenzahl k: *(Frequenz im Ortsraum)*

Abstand zw. 2 äquivalenten Punkten (z.B. für t=0)

$$y_{max}\,\sin(k\cdot x_1) = y_{max}\,\sin(k\cdot(x_1+\lambda))$$
$$= y_{max}\,\sin(k\cdot x_1 + k\cdot\lambda)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

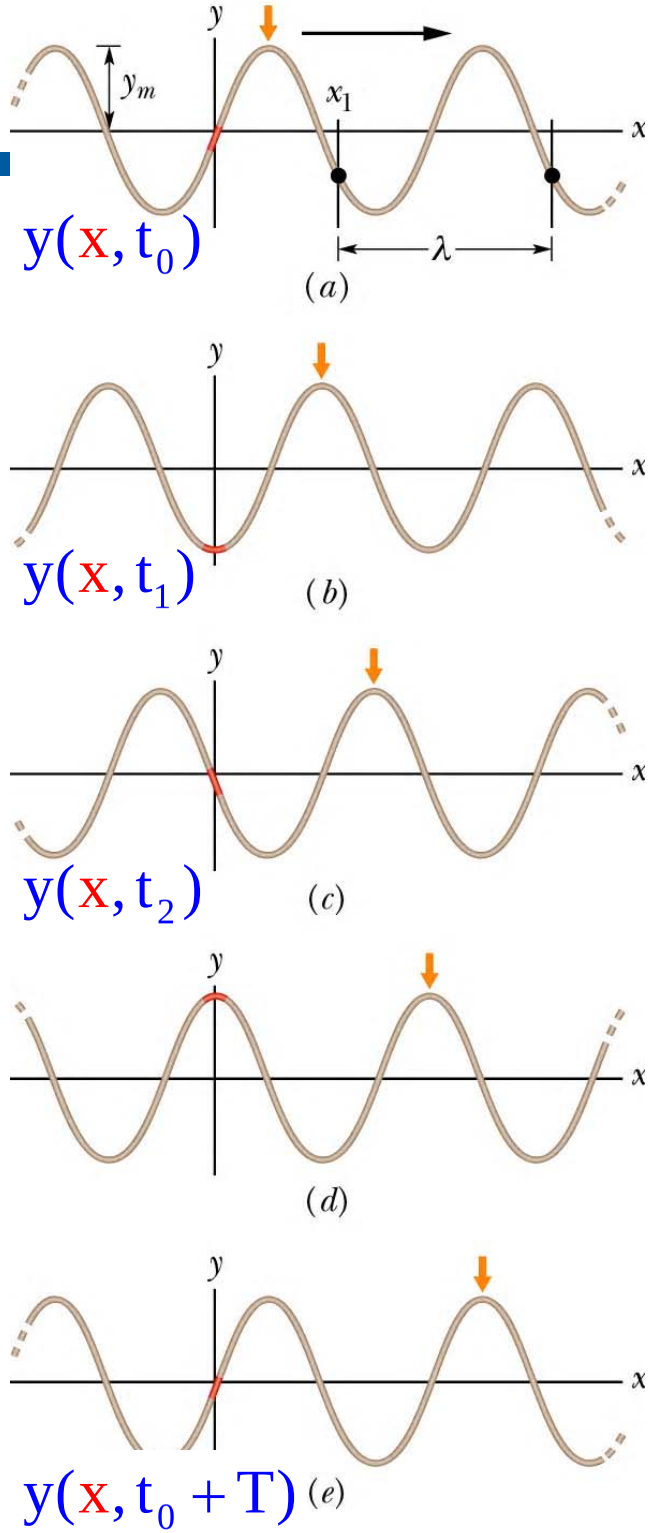
Periode T & Kreisfrequenz ω:

Abstand zw. 2 äquivalenten Zeiten (z.B. für x=0)

$$y_{max}\,\sin(-\omega\cdot t_1) = y_{max}\,\sin(-\omega\cdot(t_1+T))$$
$$= y_{max}\,\sin(-\omega\cdot t_1 - \omega\cdot T)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Frequenz: $\nu = \omega / 2\pi$



6.1 Wellen

Form der Welle (Co-)Sinus als Funktion von **Zeit und Ort**:

$$y(x,t) = y_{max}\,\sin(k\cdot x - \omega\cdot t)$$

y_{max}: Amplitude (Lautstärke~y_{max}^2)

ω: (Kreis-)Frequenz (Tonhöhe)

$kx - \omega t$: Phase

Der **Pfeil** ↓ und der ● zeigen die Bewegung der Welle.

Das Seil bewegt sich || y, die **Welle in x-Richtung**

➔ Transport von Energie & Information, nicht von Materie.

Ausbreitungsgeschwindigkeit v:

Welle bewegt sich in Δt um Δx nach rechts.

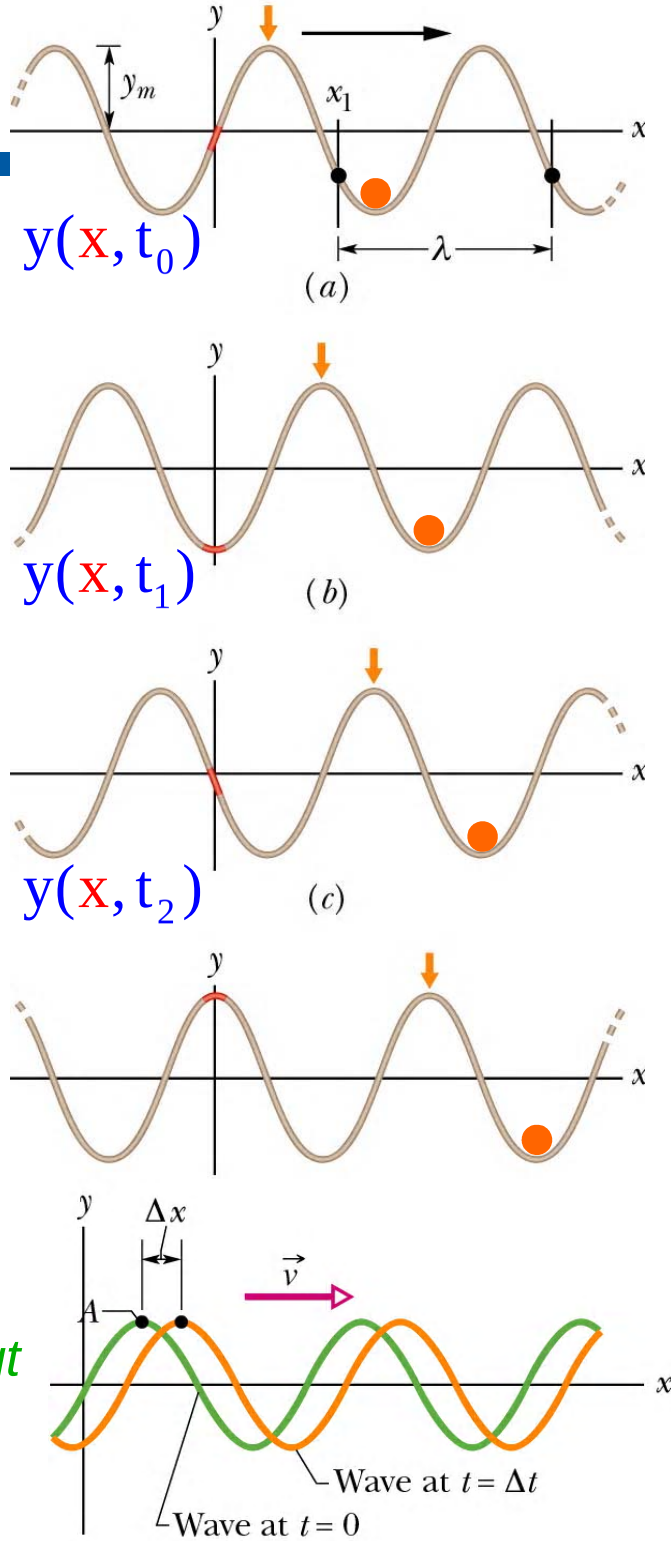
Am jedem Punkt der fortlaufenden Wellenform gilt:

$$k\cdot x - \omega\cdot t = const$$ (am Pfeil: $kx-\omega t=\pi/2$)

(größeres t gehört zu größerem x ➔ Welle läuft nach rechts)

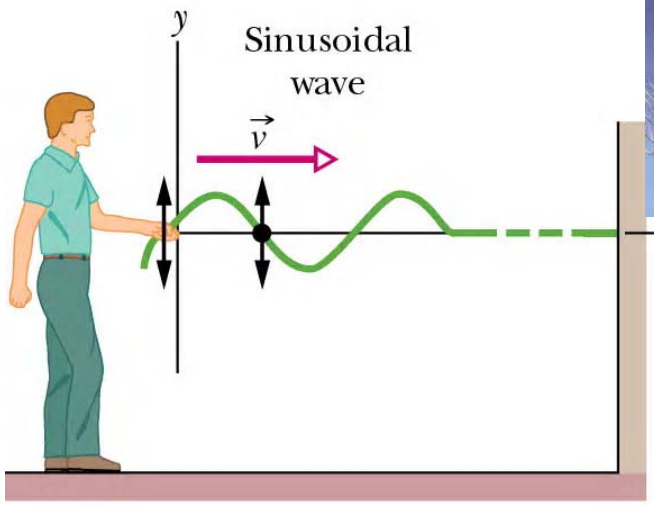
$$k\cdot\frac{dx}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow \boxed{v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu}$$

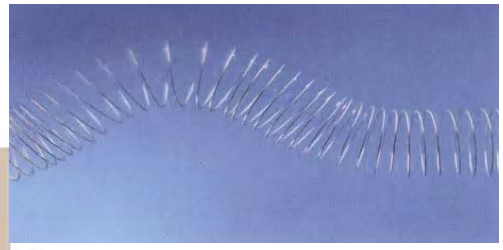
Pro Periode T bewegt sich die Welle um eine Wellenlänge λ.



6.1 Wellen

Transversale Wellen

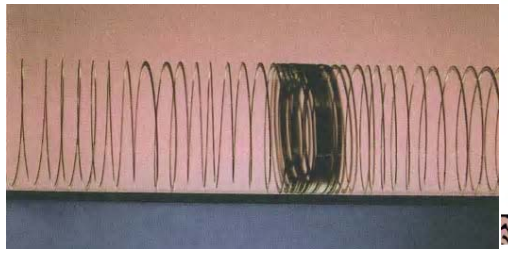


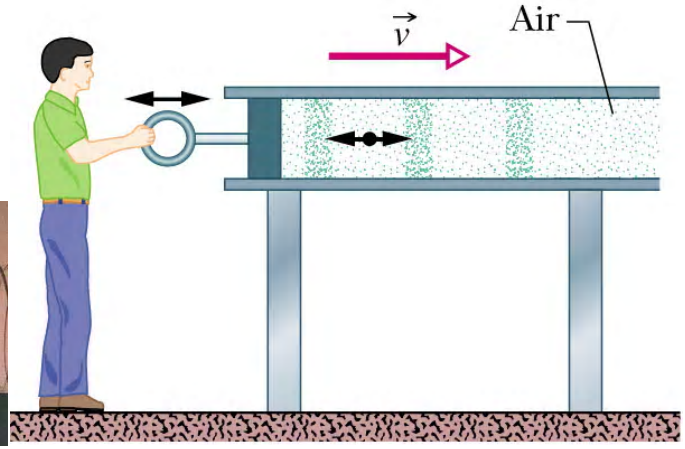


Ein Seilstück bewegt sich **senkrecht (⊥x, || y) zur Ausbreitungsrichtung** x.

Elektromagnetische Wellen sind transversale Wellen.

Longitudinale Wellen

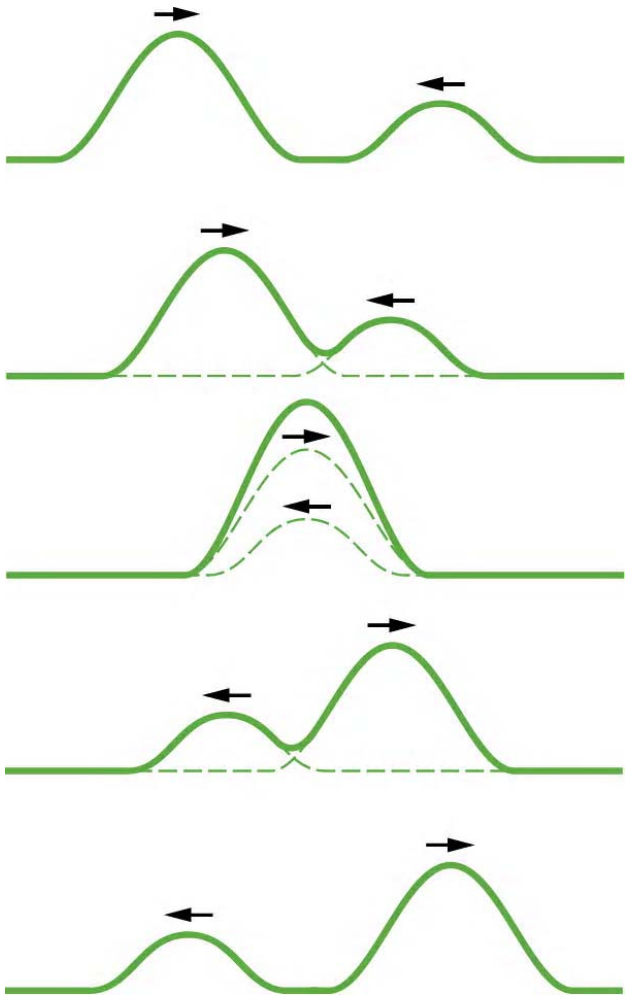




Schall: Druckschwankung
Die Luft bewegt sich **parallel (|| x) zur Ausbreitungsrichtung** x (abwechselnd nach links & rechts, von hohem zu niedrigem Druck, netto bewegt sich die Luft nicht fort).

6.1 Wellen

Superposition

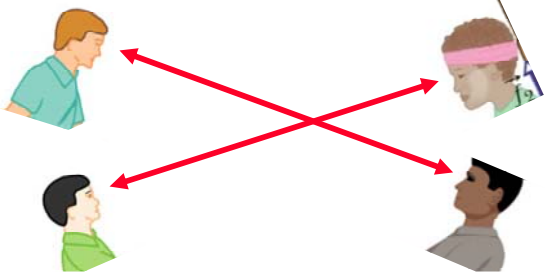


Überlagerung von mehreren Wellen (Superposition):
algebraische Summe der einzelnen Wellen

$$y_{ges}(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Die **Wellen beeinflussen sich gegenseitig nicht**,
jede bewegt sich unabhängig von den anderen.
(so lange das Medium nicht beeinflusst wird,
z.B. bei extrem großen Amplituden)

Stellen Sie sich vor, das wäre nicht so …
z.B. bei einem Konzert
mehrerer Instrumente (Überlagerung der Schallwellen)
mit vielen Zuschauern (Überlagerung von Lichtwellen)



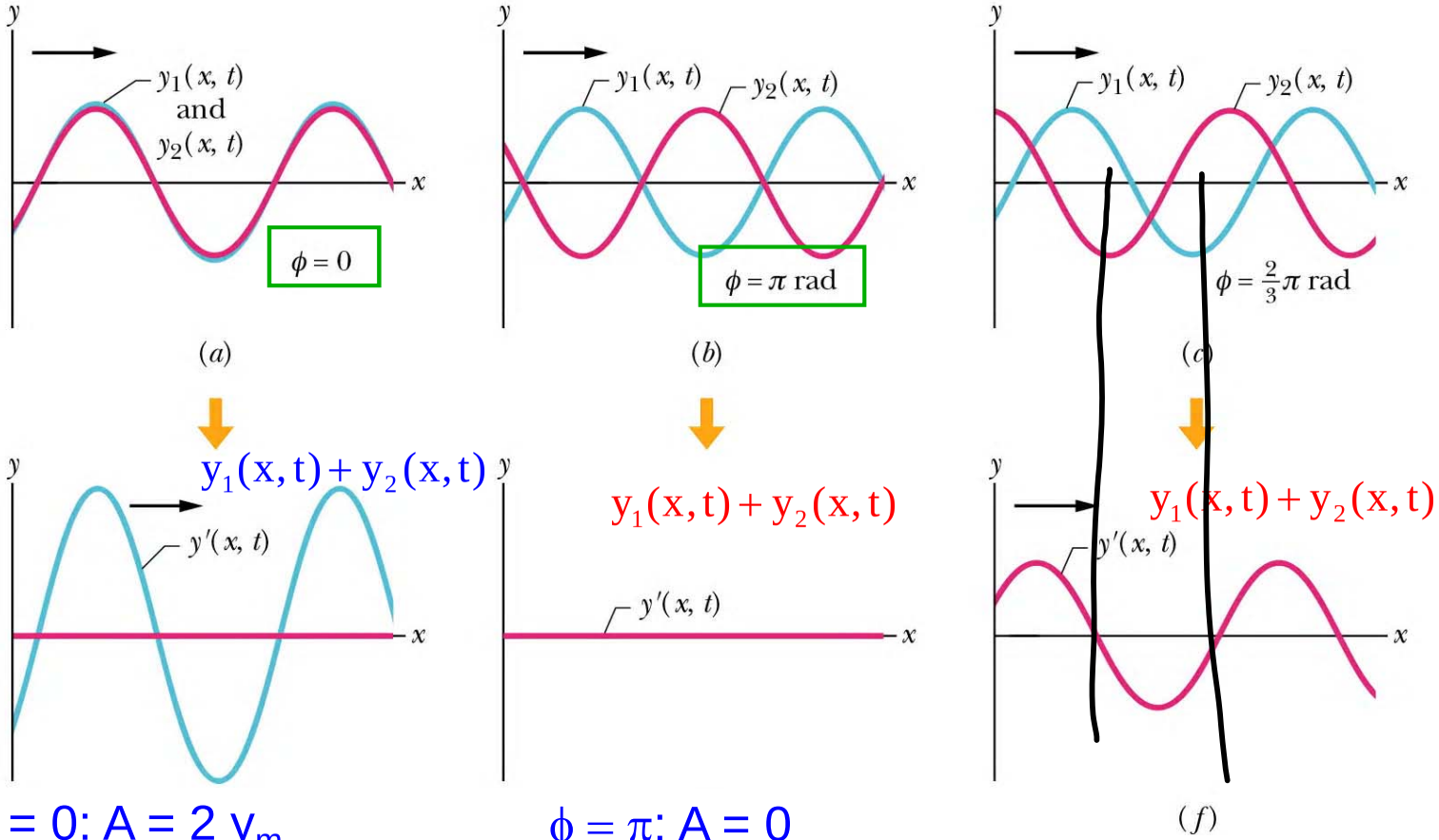
6.1 Wellen

Superposition, Interferenz

Bsp.: **Überlagerung zweier Wellen** (rot & blau) mit

gleicher Richtung, gleicher Frequenz, gleicher Amplitude

Die **Amplitude** der resultierenden Welle hängt von der (relativen) Phase (d.h. der **Phasenverschiebung ϕ zw. den beiden Wellen)** ab.



$$y_{ges}(x,t) = y_m \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) + y_m \sin(k \cdot x - \omega \cdot t + \phi) = \left[2 y_m \cos(\tfrac{1}{2}\phi)\right] \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t + \tfrac{1}{2}\phi)$$

$\phi = 0$: $A = 2\, y_m$
konstruktive Interferenz

$\phi = \pi$: $A = 0$
destruktive Interferenz

6.1 Wellen

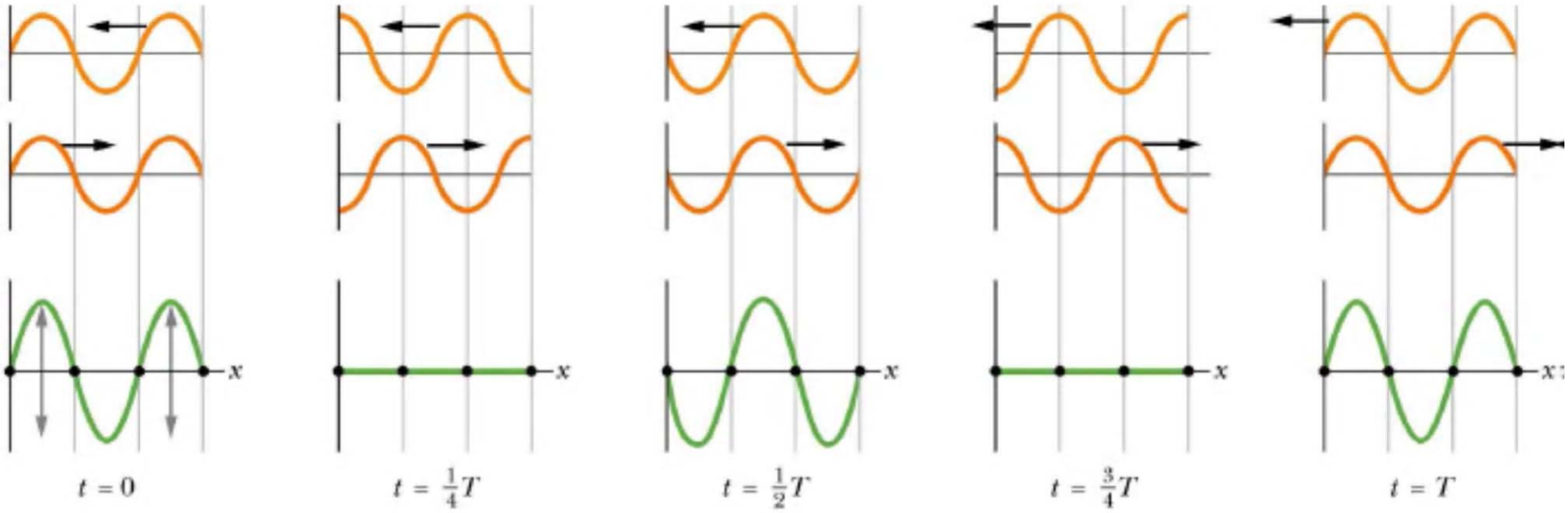
Superposition, Interferenz -> Stehende Wellen

Überlagerung zweier Wellen mit
entgegengesetzter Richtung,
gleicher Frequenz, gleicher Amplitude:

$$y_{\pm} = y_m \sin(kx \pm \omega t)$$

Orts- und die Zeitabhängigkeit der **Amplitude** der resultierenden Welle sind separiert:

$$y'(x,t) = [2 y_m \sin kx] \cdot \cos \omega t$$



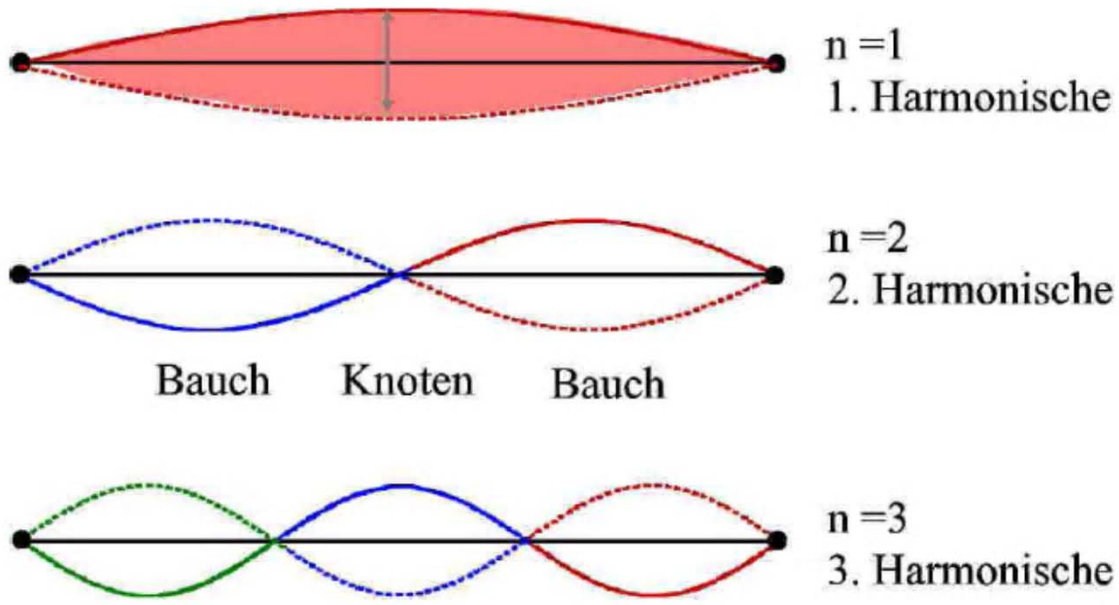
Es entsteht eine Schwingung, die periodisch vom Ort abhängt, d.h. keine Wellenausbreitung.

6.1 Wellen

Superposition, Interferenz -> Stehende Wellen

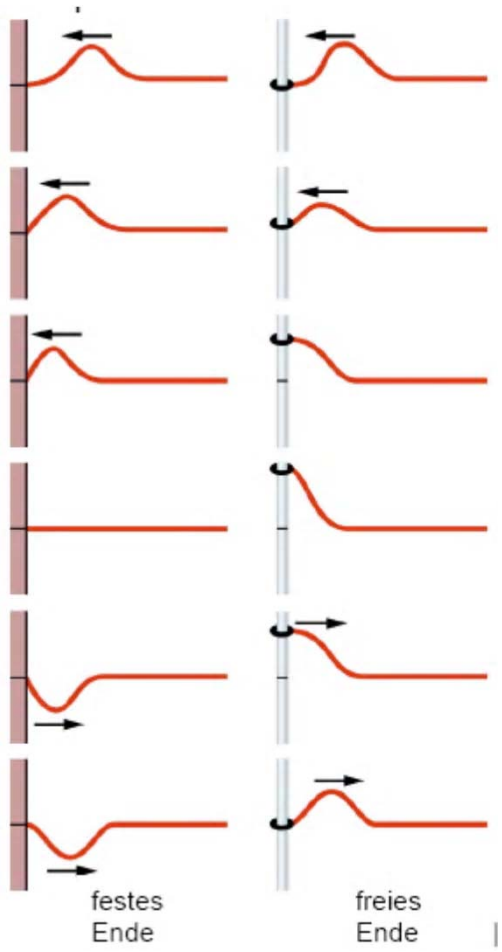
Überlagerung zweier Wellen mit
entgegengesetzter Richtung
entsteht durch Reflexion

$L = n \cdot \lambda/2$



Es entstehen Schwingungsknoten (bzw. Bäuche)
im Abstand $L/n = \lambda/2$
Mit L = Abstand der Reflektoren (Halterungen)
(-> L = Resonator-Länge)

Reflexion einer Welle entlang eines Seiles



Phasensprung bei der Reflexion am

<u>festen</u> Ende: $\varphi = \pi$

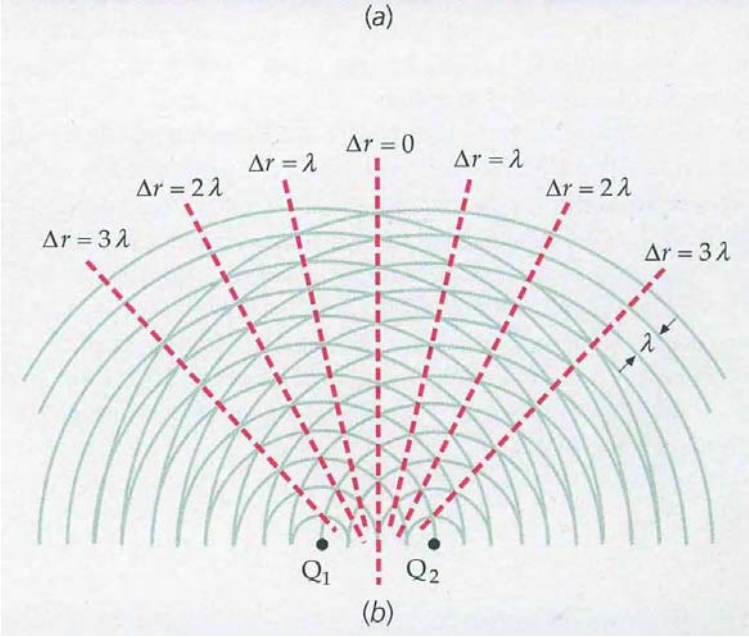
<u>freien</u> Ende: $\varphi = 0$

6.1 Wellen

Interferenz in 2D

Bsp.: **Überlagerung zweier Wellen,** die kreisförmig von 2 benachbarten Punkten ausgehen (gleiche Amplitude, gleiche Frequenz)

(a)

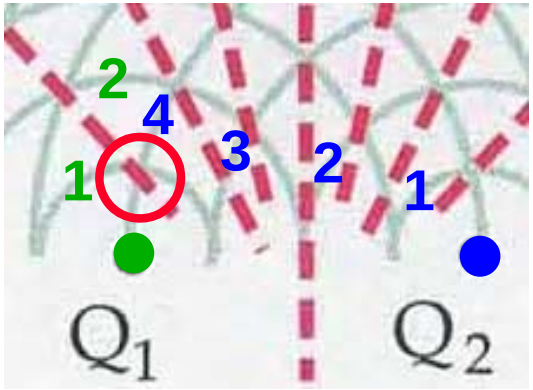


(b)

konstruktive Interferenz:

$\phi = 0$ oder 2π, 4π, 6π, …

d.h. Gangunterschied = n λ (n ganzzahlig)



Phasenverschiebung n*2π entspricht Gangunterschied n * λ

destruktive Interferenz:

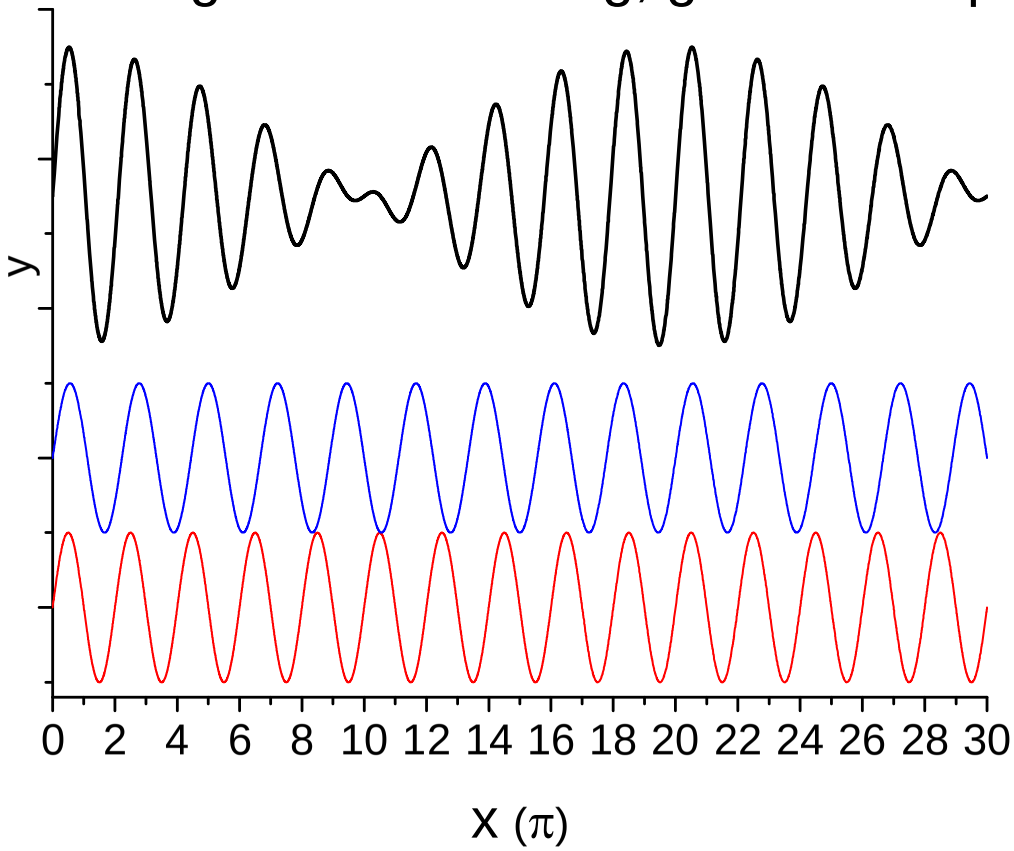
$\phi = \pi$ oder 3π, 5π, 7π, …

d.h. Gangunterschied = $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$, $7\lambda/2$, …

6.1 Wellen

Superposition, Interferenz, Schwebung

Bsp.: **Überlagerung zweier Wellen** (rot & blau) mit
gleicher Richtung, gleicher Amplitude, und **unterschiedlicher Frequenz**



$$y_{ges}(x,t) = y_1 + y_2$$
$$= 2y_m \cos\left(\tfrac{1}{2}\{\omega_1 - \omega_2\}t\right)\sin\left(\tfrac{1}{2}\{\omega_1 + \omega_2\}t\right)$$

$$y_2 = y_m \sin(0.9\omega \cdot t)$$

$$y_1 = y_m \sin(\omega \cdot t)$$

2 Schwingungen:
1) $(\omega_1+\omega_2)/2$
2) $(\omega_1-\omega_2)/2$

hier:
1) $0.95\,\omega \sim \omega$
2) $0.05\,\omega$ (Einhüllende)

Lautstärke ~ Intensität = Amplitude²

*Schwebung erzeugt eine **Modulation der Lautstärke**.*

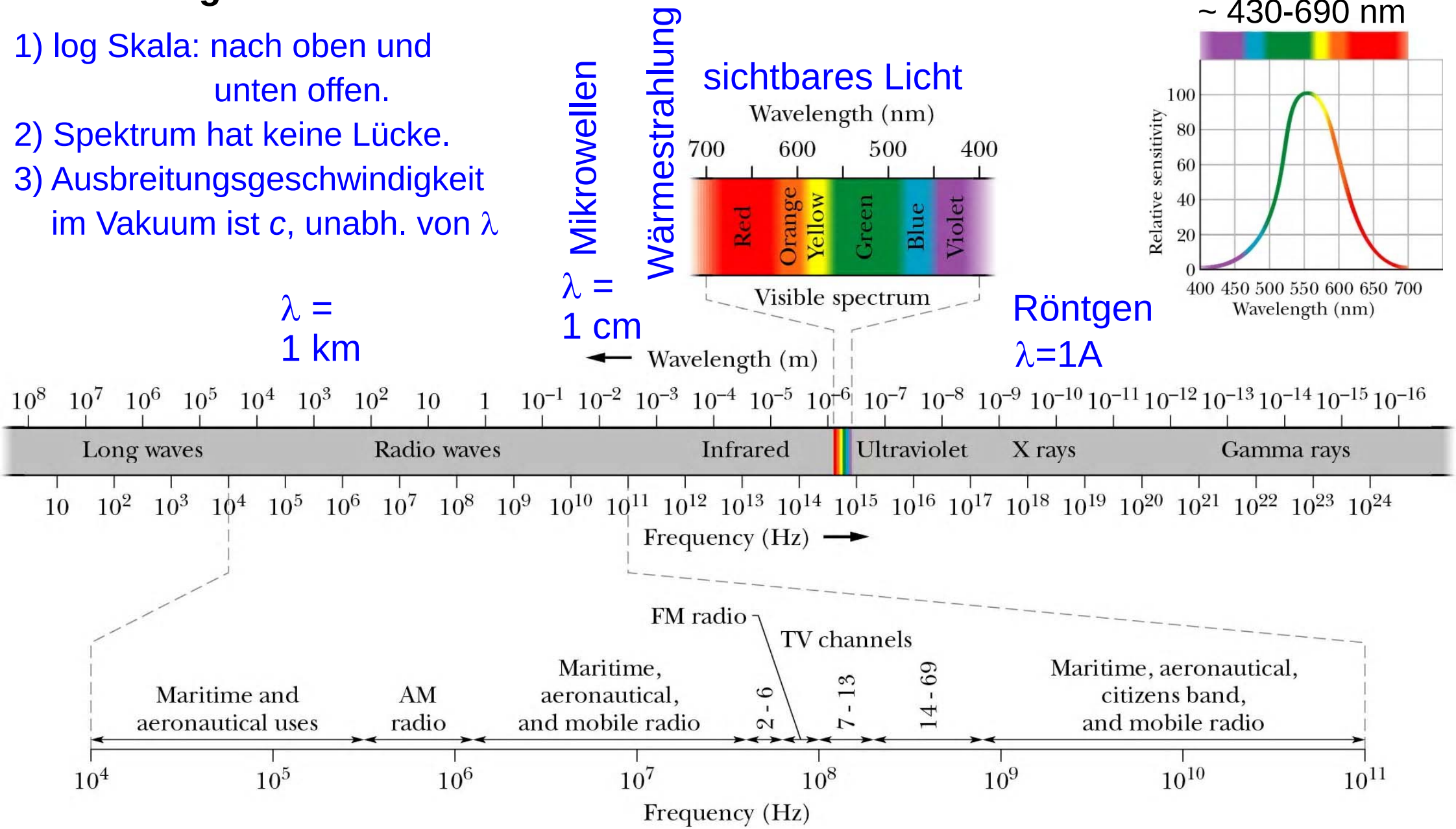
Alltagserfahrung: (Ver-)Stimmen einer Gitarre, Subtöne einer Orgel

6.1 Elektromagnetische Wellen

Elektromagnetische Wellen

1) log Skala: nach oben und unten offen.
2) Spektrum hat keine Lücke.
3) Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum ist *c*, unabh. von λ

Empfindlichkeit des Auges ~ 430-690 nm



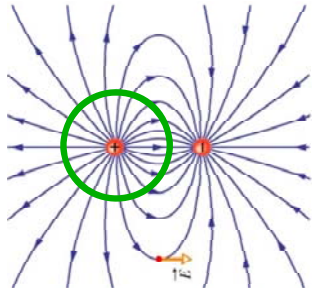
Zur Erinnerung: 5.4 Magnetfeld: Zusammenfassung(1)

Die 4 **Maxwell-Gleichungen** sind formale Grundlage des Elektromagnetimus und der Optik.

Satz von Gauß für statische E-Felder (9,16):

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

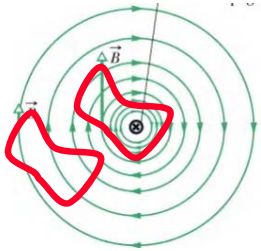
(Statische) Ladungen erzeugen (statische) E-Felder.



Satz von Gauß für B-Felder (17):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

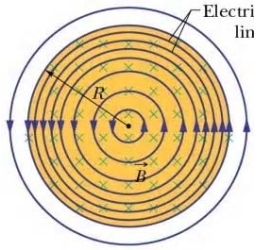
B-Felder sind Wirbelfelder, es gibt keine magn. Monopole (q_{mag}=0).



Faraday-Gesetz (16):

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Änderungen des magn. Flusses erzeugen induzierte E-Felder; I_{mag}=0



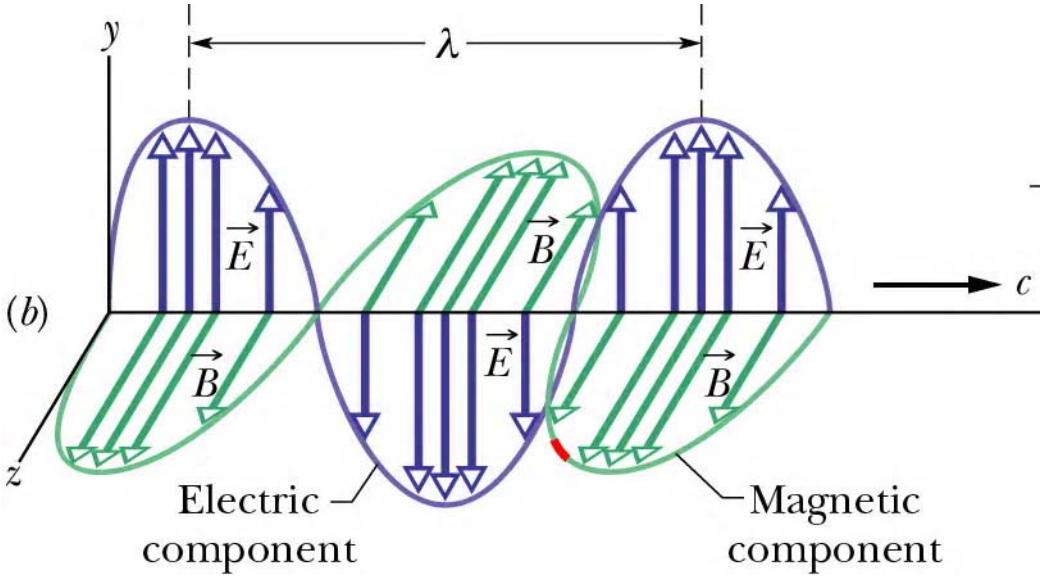
Ampere-Maxwell'sches Gesetz (9,20):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I$$

Änderungen des elektr. Flusses und/oder Ströme erzeugen B-Felder.

6.1 Elektromagnetische Wellen

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen



$$\vec{E}, \vec{B} \perp \text{Ausbreitungsrichtung}$$

$$\vec{E} \perp \vec{B}$$

$$\text{Ausbreitungsrichtung} = \vec{E} \times \vec{B}$$

$$E(x,t) = E_{max} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

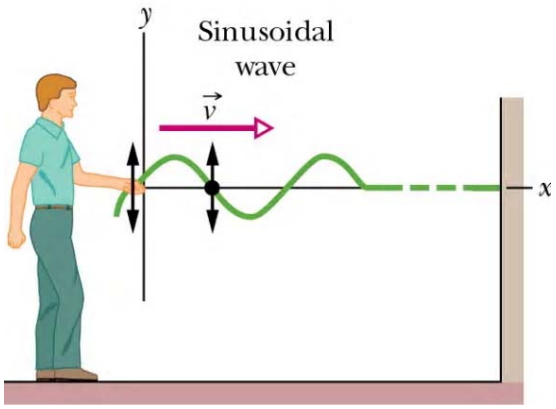
$$B(x,t) = B_{max} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

➔ E & B sind in Phase (ϕ=0)

Pfeile geben die Feldstärke an, keine materielle Bewegung (wie beim Seil).
E- & B-Feld induzieren sich gegenseitig.

$$\frac{dx}{dt} = \boxed{c = \frac{\omega}{k}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

➔ *ω & k sind nicht unabhängig*

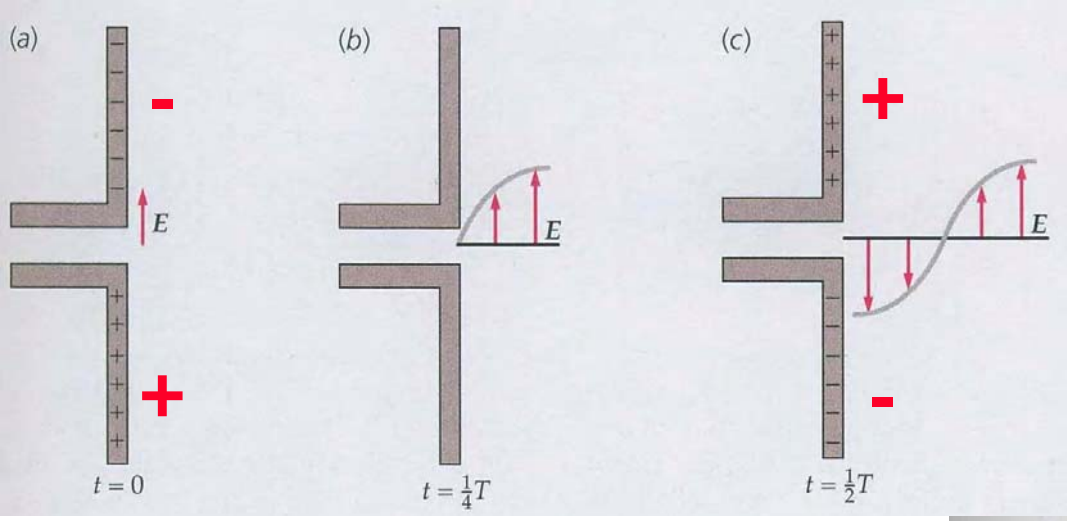


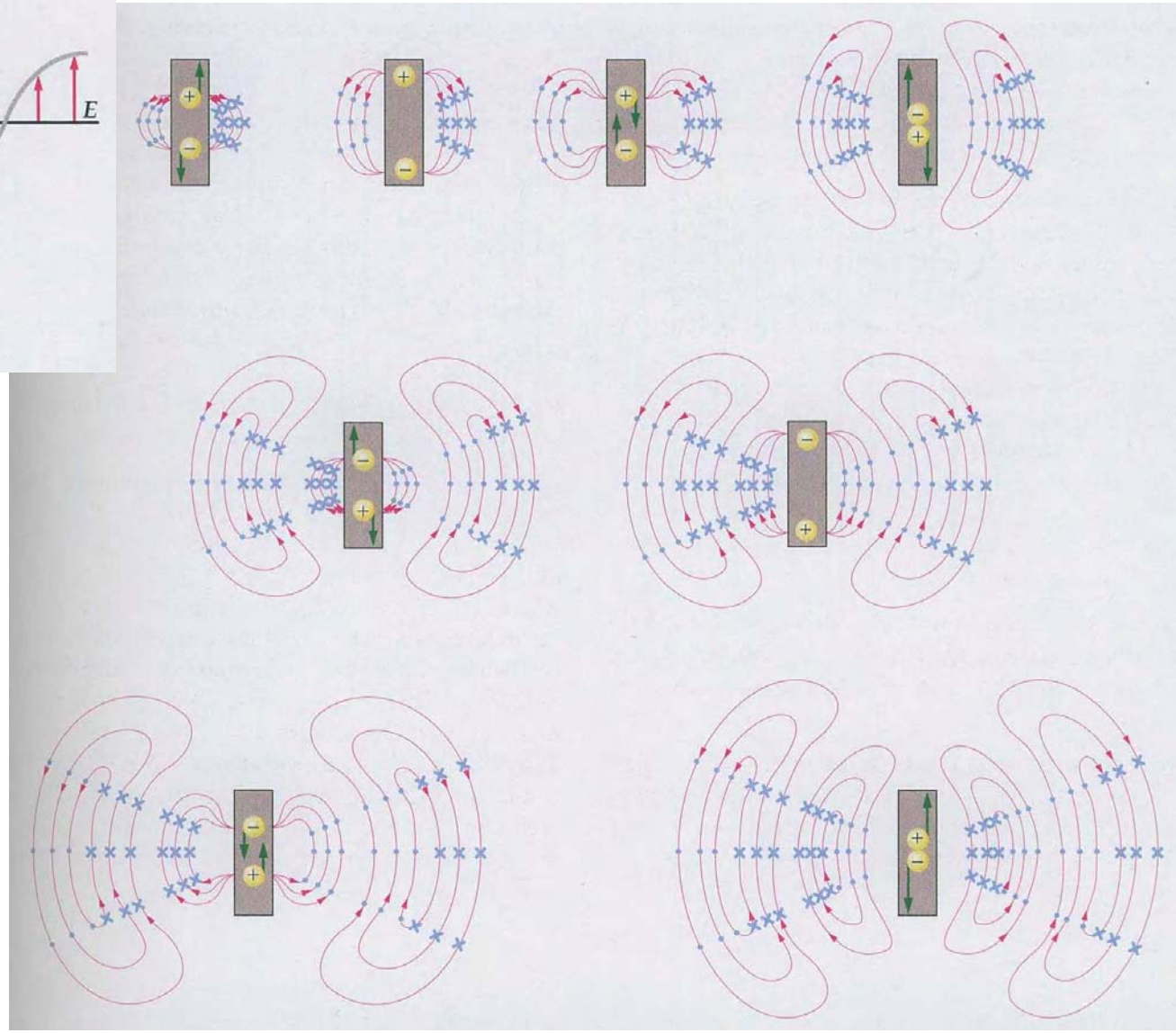
$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = c$$

➔ *Amplitude des B-Feldes ist viel kleiner*
1(V/m)/(N/Am)=1W/N=1m/s

6.1 Elektromagnetische Wellen

Erzeugung: Oszillierender Dipol als Antenne





Dipolantenne mit oszillierendem Strom

➔ oszillierende Ladung

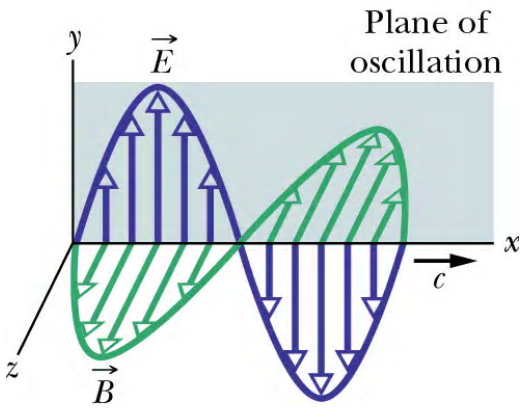
➔ oszillierendes E-Feld, das abgestrahlt wird

6.1 Elektromagnetische Wellen

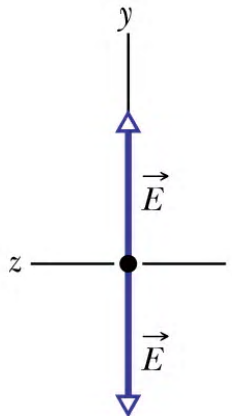
Polarisation

Linear polarisiertes Licht

E-Feld liegt in einer eindeutig definierten (Schwingungs-)Ebene



(a)

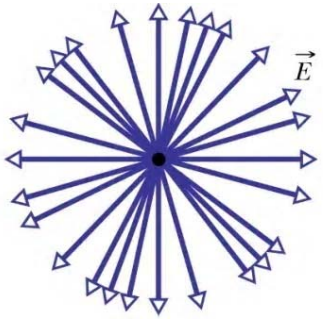


Blick entlang Ausbreitungsrichtung

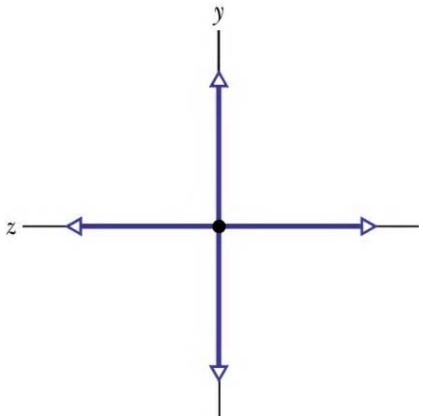
Sonne oder Glühbirne emittieren

unpolarisiertes Licht

Überlagerung verschiedener Beiträge mit beliebiger Polarisation (aber immer ⊥ zur Ausbreitungsrichtung)



(a)



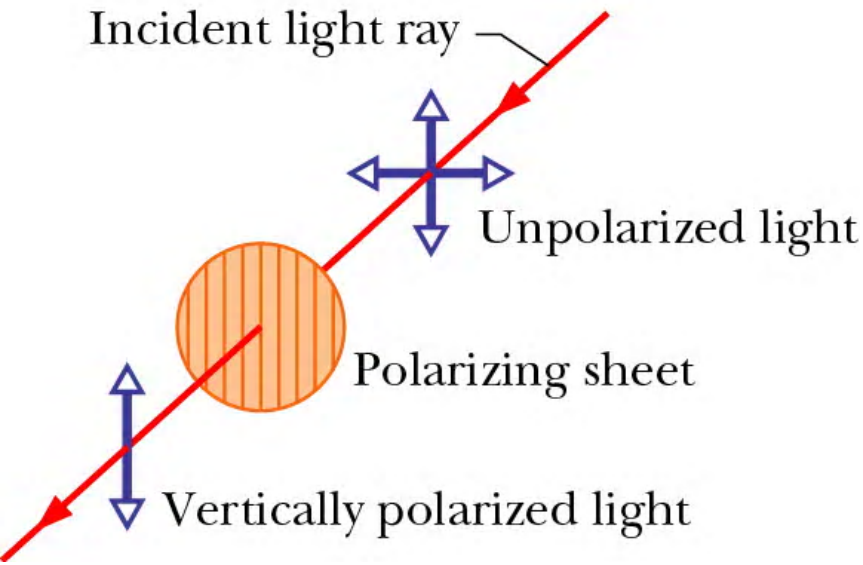
Jeder E-Feld-Vektor in der oberen Abb. kann in y- & z-Komponenten zerlegt werden

➔ unpol. Licht kann als Überlagerung von 2 ⊥ zueinander linear pol. Wellen dargestellt werden

6.1 Elektromagnetische Wellen

Polarisationsfilter (Polarisator)

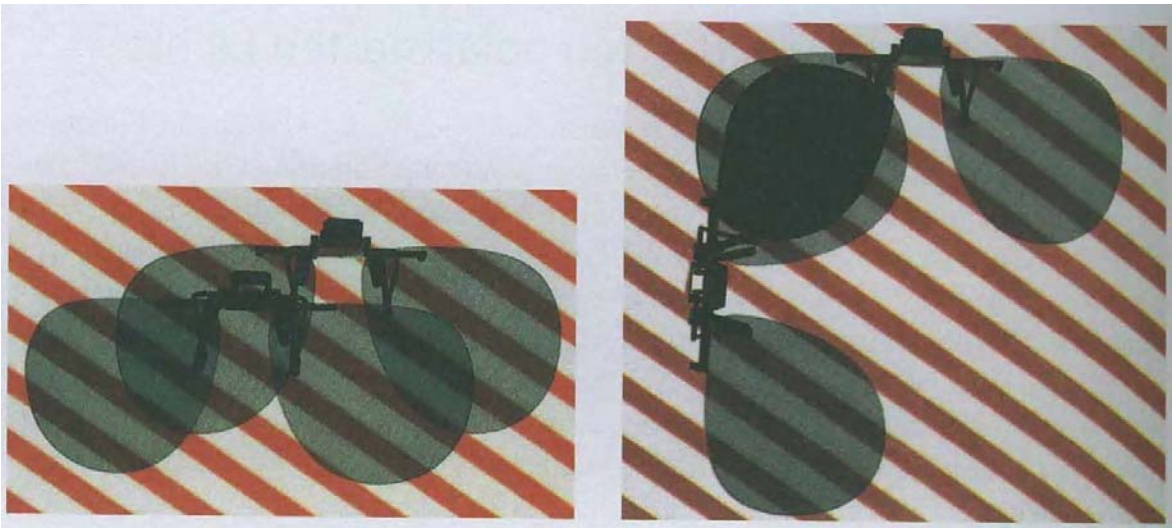
erzeugt linear polarisiertes Licht aus unpolarisiertem Licht



Ein Polarisator besteht (je nach λ) aus lang-gestreckten, orientierten Molekülen oder aus parallelen Metalldrähten

➔ Licht einer bestimmten Polarisation wird absorbiert

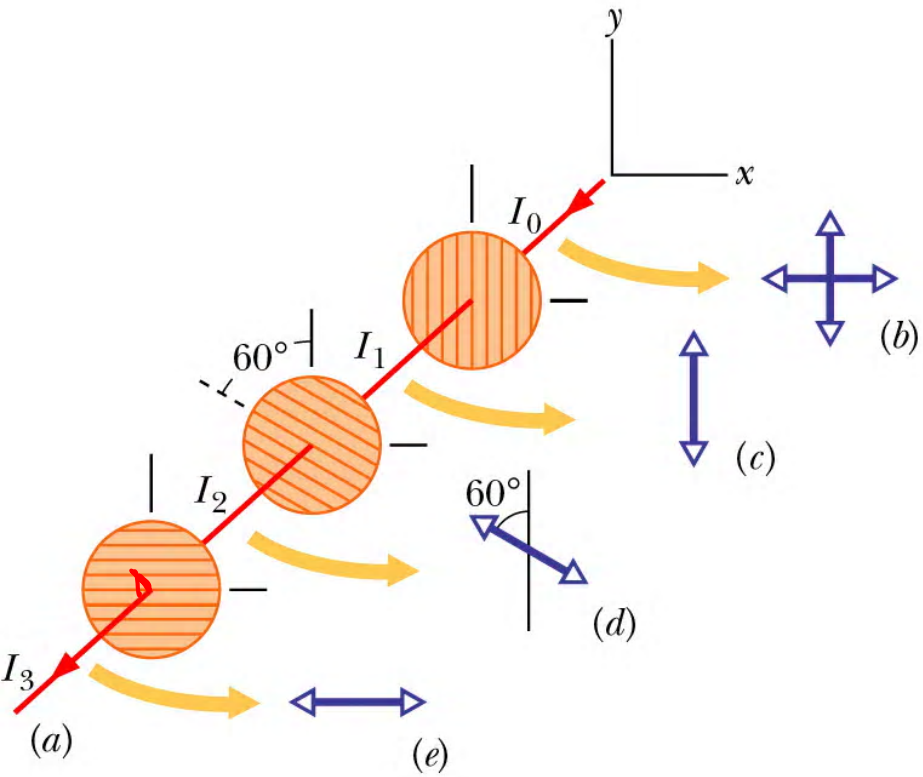
➔ das verbleibende, transmittierte Licht ist linear polarisiert



2 gekreuzte Polarisatoren ($\perp$ zueinander) lassen kein Licht durch.

6.1 Elektromagnetische Wellen

Drehen der Polarisationsrichtung



b) völlig unpolarisiertes Licht

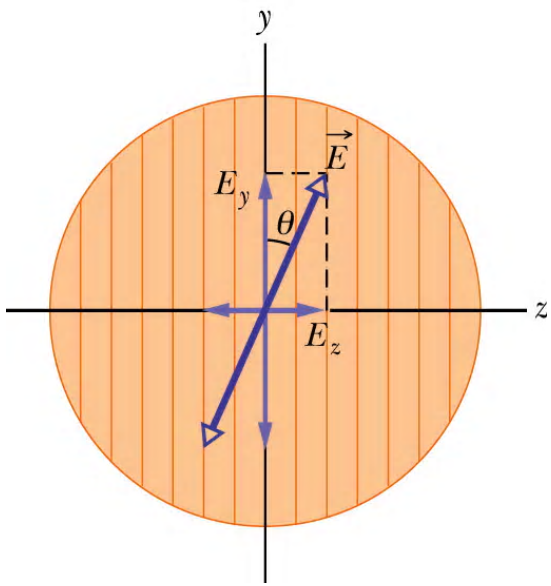
c) der Polarisator läßt nur die Hälfte des Lichts (mit y-Pol., nicht mit z-Pol.) passieren

➔ Intensität wird halbiert

d) von linear pol. Licht wird der Anteil

$E_{trans} = E_{ein} \cos\theta$ transmittiert.

Intensität I ist proportional zu E^2:



$$I_{trans} = I_{ein} \cos^2(\theta)$$

$I_{trans} = I_{ein}$ für $\theta = 0$ oder π

$$I_3 = I_0 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \cos^2(60°) \cdot \cos^2(30°)$$
$$= 9.4\% I_0$$

Wie groß ist I_3, wenn der 2. Polarisator entfernt wird ?