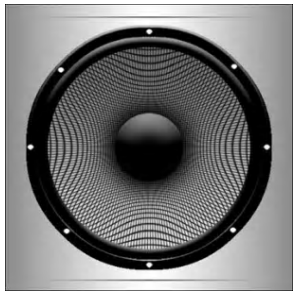
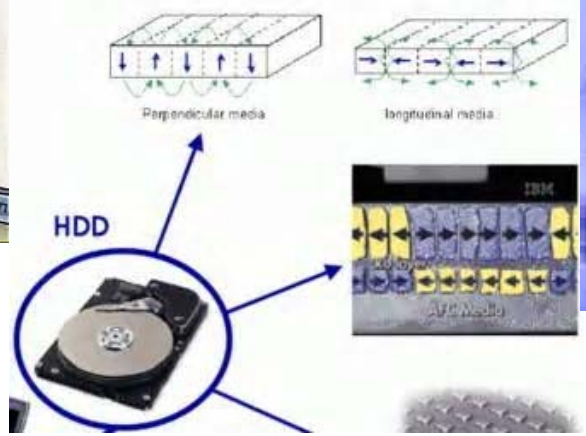
5.4 Magnetfeld

Magnetfelder im Alltag

Kompass, Kühlschrank-Magnete, Lautsprecher, Festplatte, Kernspin-Tomographie

Magnetit
Fe_3O_4





Permanentmagnete & Elektromagnete

Nord	Süd

Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

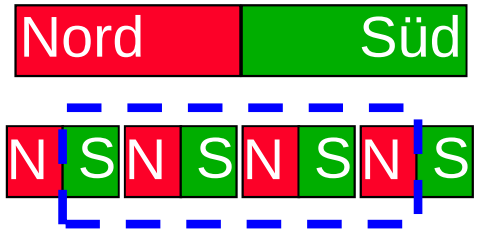
5.4 Magnetfeld

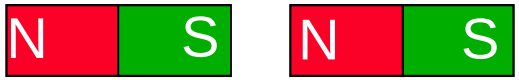
Magnetische Ladungen ?

Das E-Feld wird von Ladungen erzeugt. Gibt es „magnetische Ladungen“ ?

Monopole konnten bisher nicht beobachtet werden ➔ „gibt es nicht“ (?)

Zerteilen eines Magneten ergibt 2 Magnete: **Dipol**



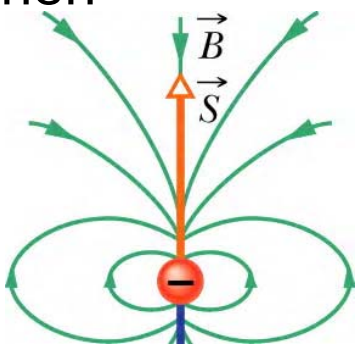


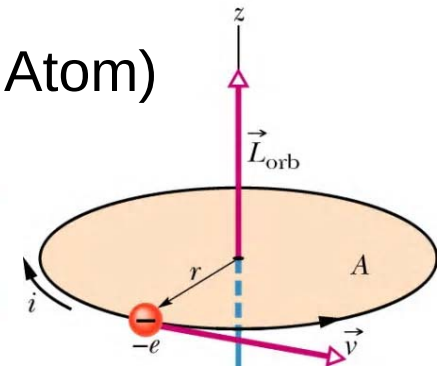
Ein **Dipol** ist das einfachste existierende magnetische System.

Ursache von Magnetfeldern sind

(1) **Bewegte Ladungen** (Ströme, auch von einzelnen Ladungen;
auch mikroskopische Ströme, z.B. Elektron auf Kreisbahn im Atom)

(2) **Spin S** (*intrinsische* Eigenschaft von Elementarteilchen
(z.B. Elektronen) wie *Masse* oder *Ladung*)





Permanentmagnet: kollektive Ausrichtung
der Spins und Bahn-Momente

5.4 Magnetfeld: Lorentz-Kraft

Definition des Magnetfeldes (B-Feld)

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\varphi$$

(φ = *Winkel zw. v und B*)

***Bewegte** Ladungen erzeugen B-Feld,*
***bewegte** Ladungen spüren B-Feld.*

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

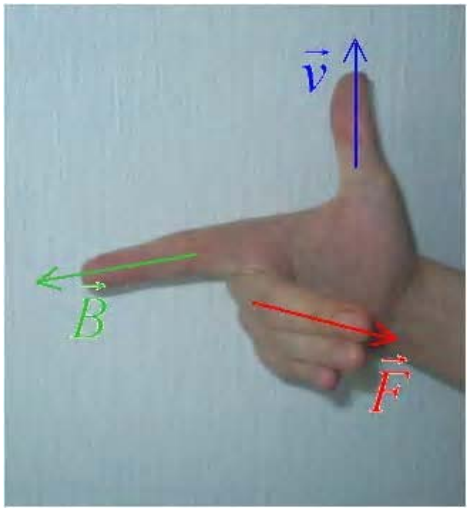
Erfährt die **bewegte** Probeladung q am Ort r die Lorentz-Kraft (F ~ v x B), dann herrscht am Ort r ein **Magnetfeld B(r).** **B(r)** heißt **magnetische Flussdichte** oder **magnetische Induktion.**

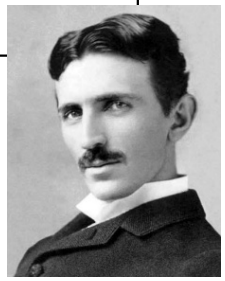
Erfährt die Probeladung q am Ort r eine Coulomb-Kraft, dann herrscht ein **elektrisches Feld** mit **Feldstärke E(r).**

Einheit B:
1 N / (Cm/s) = 1 N / (Am)
= 1 T (Tesla)

Richtung: Rechte-Hand-Regel

1) F ⊥ v und F ⊥ B
2) Für v || B (d.h. φ =0) ist F = 0.
3) Vorzeichen von q beachten !





Nikola Tesla

*F (⊥v) kann nur die **Richtung** von v ändern, nicht den Betrag.*

(Anm: B = μH –> H: magnetische Feldstärke)

5.4 Magnetfeld: Lorentz-Kraft

Definition des Magnetfeldes (B-Feld)

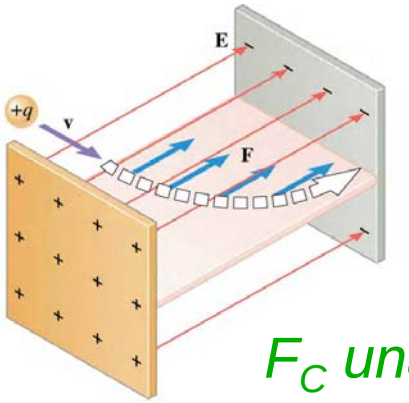
$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_L = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\varphi$$

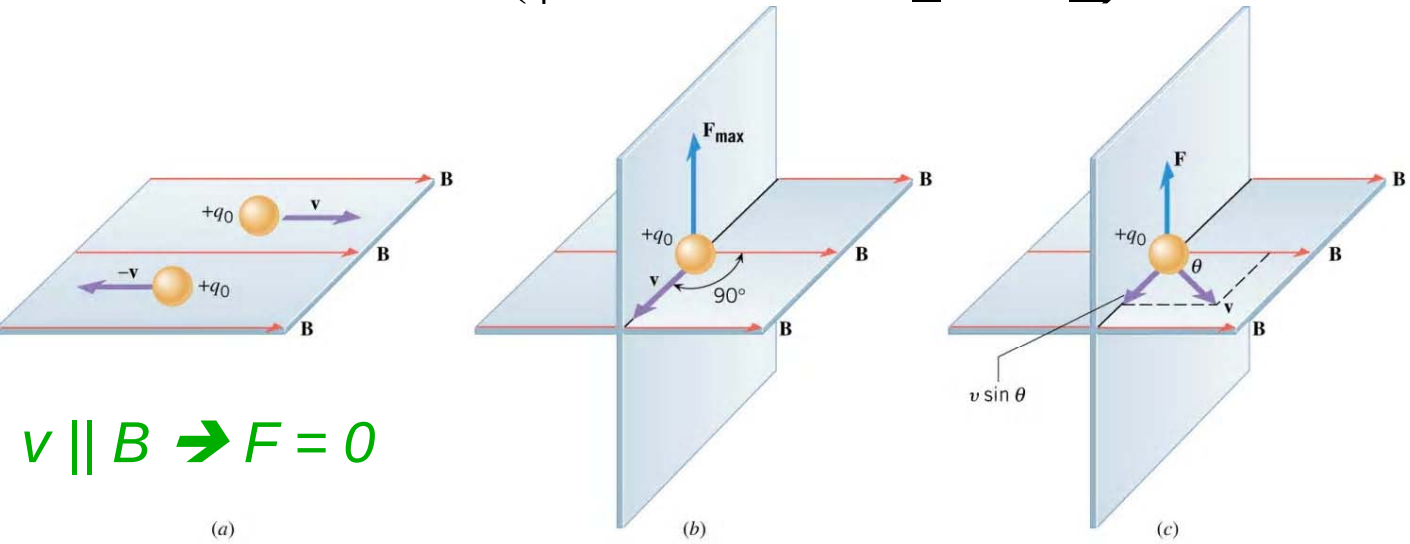
(φ = *Winkel zw. v und B*)

***Bewegte** Ladungen erzeugen B-Feld,*
***bewegte** Ladungen spüren B-Feld.*

$$\vec{F}_C = q \cdot \vec{E}$$



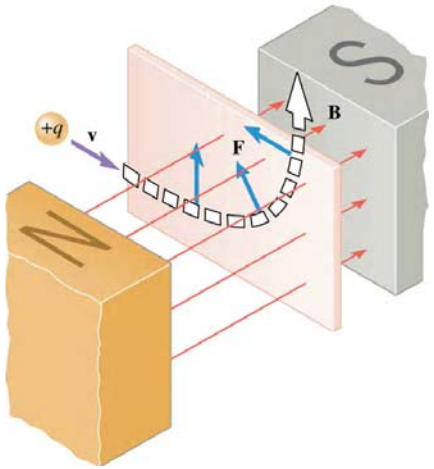
F_C unabhängig von v



v || B ➔ F = 0

Vorzeichen von q beachten !

v ⊥ B ➔ F maximal
F ⊥ v und F ⊥ B



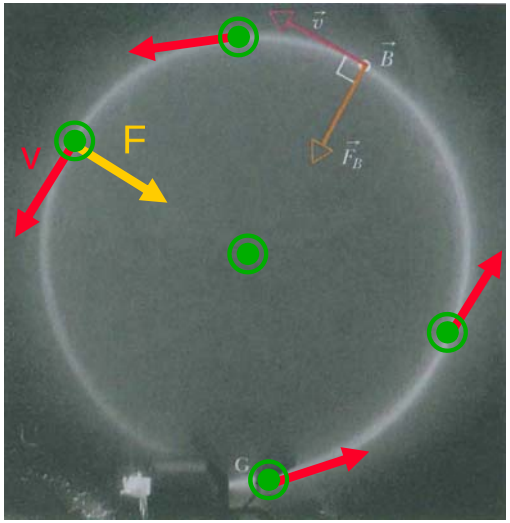
*F (⊥v) kann nur die **Richtung** von v ändern, nicht den Betrag.*

5.4 Magnetfeld: Lorentz-Kraft auf ein Teilchen

Bewegte Ladungen auf Kreisbahn:

Elektronen im homogenen B-Feld

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$



Elektronen-Spur
= leuchtendes Gas

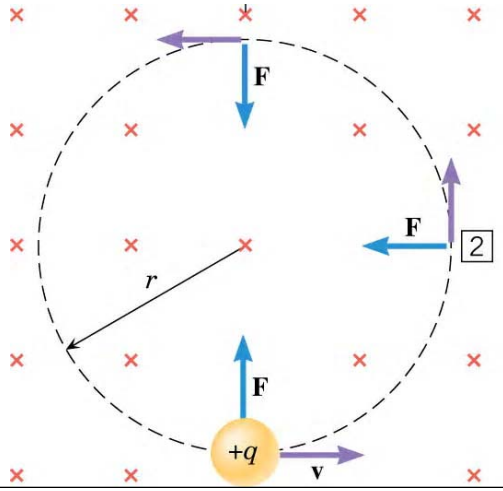
⊙ homog. B-Feld aus Ebene heraus

Elektron:
q < 0

Gleichförmige Kreisbewegung
(Kap. 2.1 & 2.2)
- Teilchen bewegt sich mit **konstantem Betrag** der Geschwindigkeit v
- konstante (Zentripetal-)Kraft weist zum Mittelpunkt der Kreisbahn
- F ⊥ v, s ➔ es wird keine Arbeit geleistet

x homog. B-Feld in Ebene hinein

Proton:
q > 0



Kreisbahn:

Lorentz-Kraft = Zentripetalkraft

$$\Rightarrow q \cdot v \cdot B = mv^2 / r \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Radius r:

Periodendauer:

$$T = 2\pi r / v \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

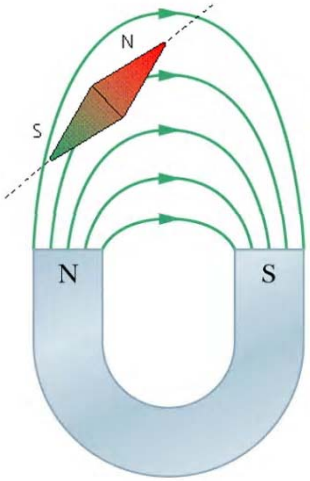
$$\boxed{\Rightarrow \omega = \frac{qB}{m}}$$

Kreisfrequenz ω

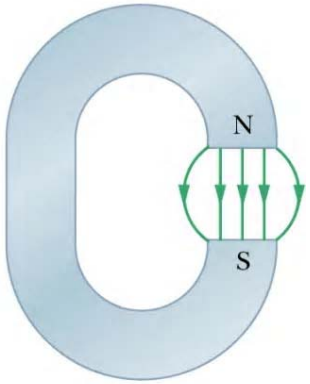
unabh. von v

5.4 Magnetfeld: Feldlinien

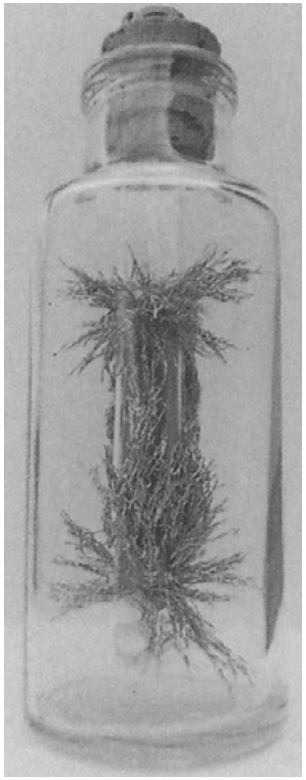
Veranschaulichung durch Feldlinien: Permanentmagneten



(a)

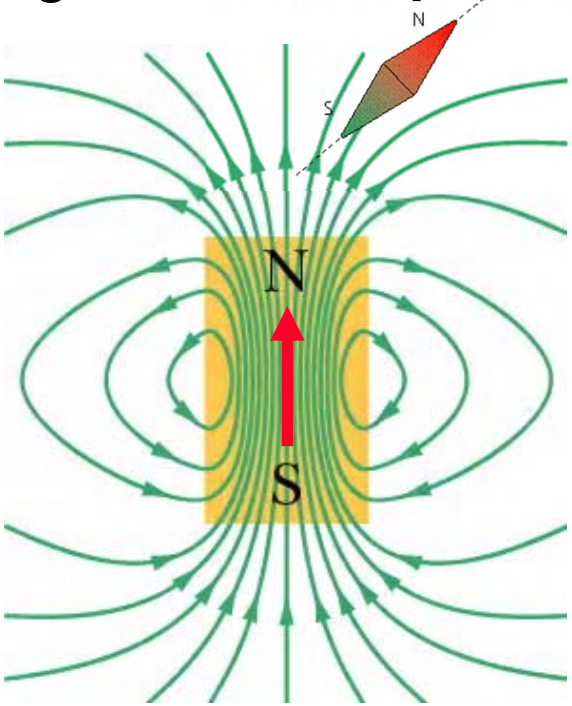


(b)

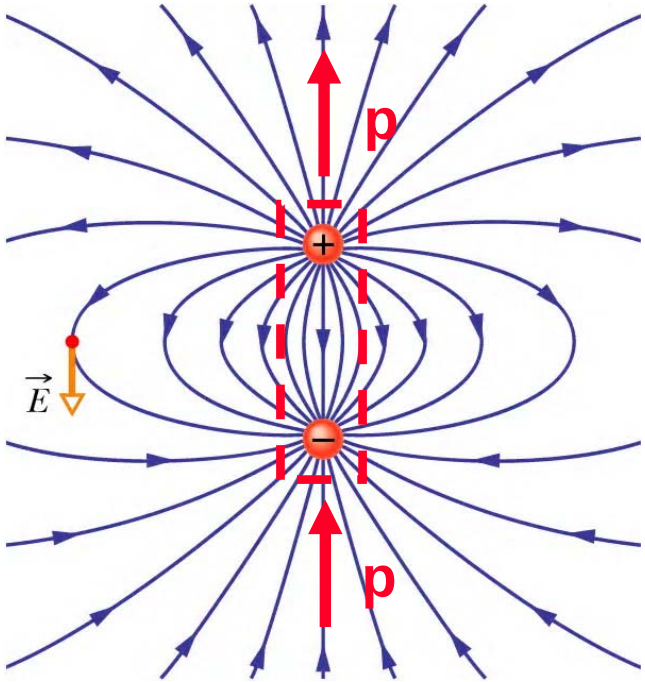


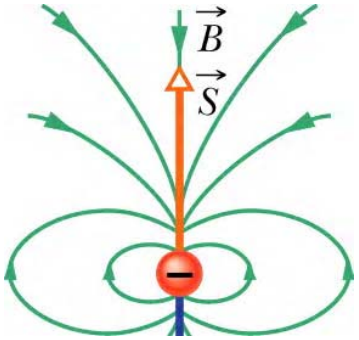
Eisenfeilspäne
an Stabmagnet

Magnetisches Dipolfeld



Elektrisches Dipolfeld





*Ein **Dipol**, z.B. ein Spin, kann als **Pfeil** dargestellt werden.*

5.4 Magnetfeld: Feldlinien

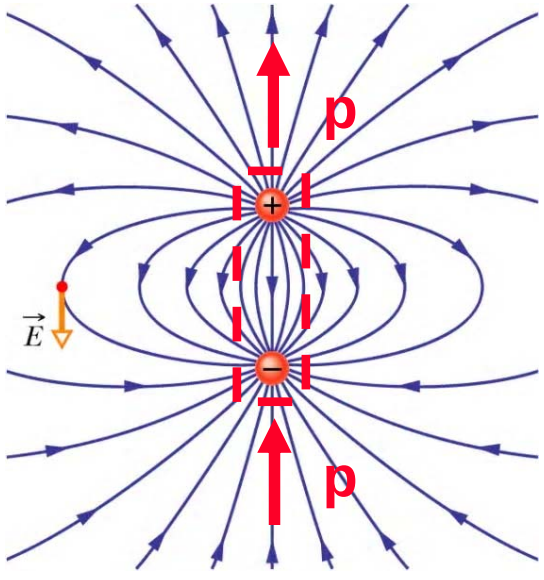
Veranschaulichung durch Feldlinien

Magnetische Feldlinien

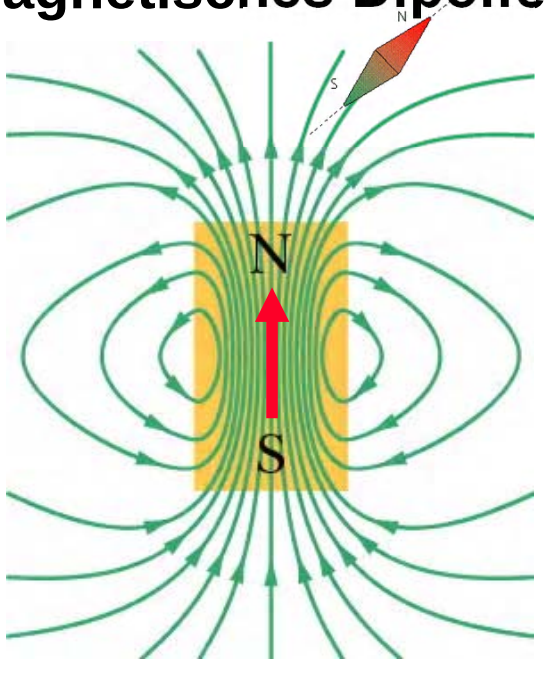
(vgl. E-Feld, gleiche Eigenschaften:)

- Die Richtung des B-Feldes in r ist gleich der Richtung der Tangente an die Feldlinie in r.
- schneiden sich niemals.
- beginnen oder enden nie im freien Raum.
- Die Dichte der Feldlinien ist proportional zur Feldstärke.

Elektrisches Dipolfeld



Magnetisches Dipolfeld



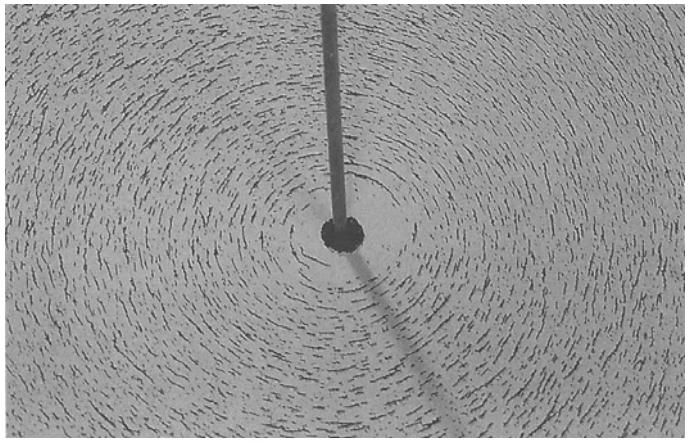
Unterschiede: Magnetische Feldlinien

- sind **geschlossen !** (es gibt **keine Monopole**, an denen sie beginnen oder enden könnten).
  (Magnetfeld ist ein **Wirbelfeld**)
- verlaufen <u>außerhalb</u> eines Permanentmagneten oder einer Leiterschleife (**Dipol**) von Nord nach Süd (aber: es gibt keine Pole als Quellen des Feldes)

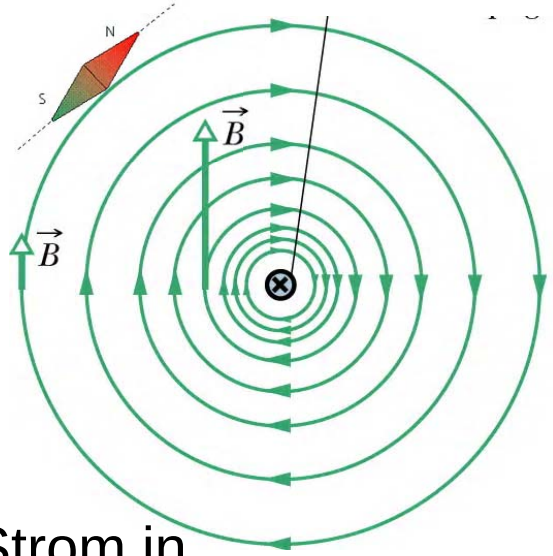
5.4 Magnetfeld: Feldlinien

Feldlinien zeitlich konstanter **Ströme (Elektromagnete)**

Stromführender Draht
& Eisenfeilspäne

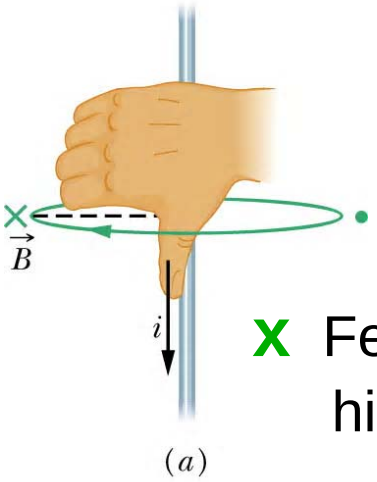


Ein stromführender Draht (bewegte Ladungen !) erzeugt ein B-Feld. (konzentrische Kreise)



X Strom in Ebene hinein

Wirbelfeld

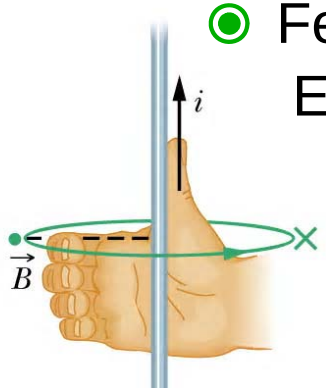


Richtung:

Rechte-Hand-Regel

X Feld in Ebene hinein

◉ Feld aus Ebene heraus



Betrag:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

B-Feld eines unendlich langen, geraden Leiters.

Vakuumpermeabilität:
$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ T m/A

5.4 Magnetfeld: Ampere‘sches Gesetz

Berechnung des B-Feldes: Amperesches Gesetz

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

*Integral über geschlossenen **Weg**,*
I: eingeschlossener Strom

Ruhende Ladungen erzeugen E-Felder, Ströme erzeugen B-Felder.

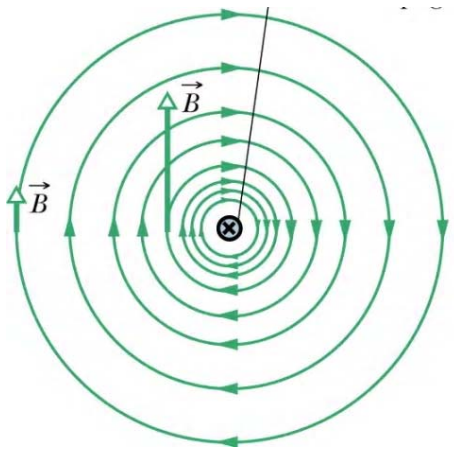
Elektrostatik:

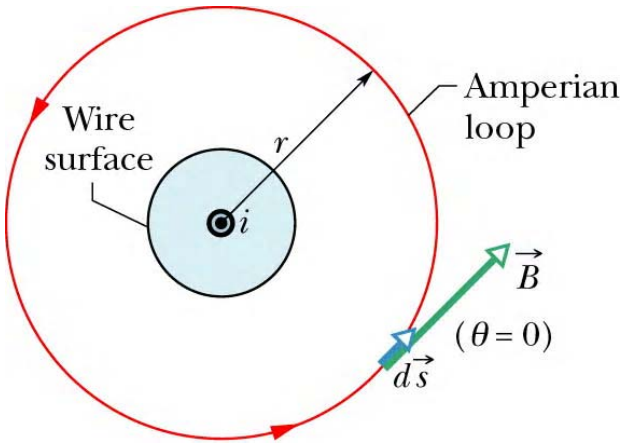
Satz von Gauß

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Integral über geschlossene Fläche.

Bsp.: langer, gerader Draht





x Strom in Ebene hinein

• Strom aus Ebene heraus

Integral über konzentrischen Kreis:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cdot ds = B \oint ds = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

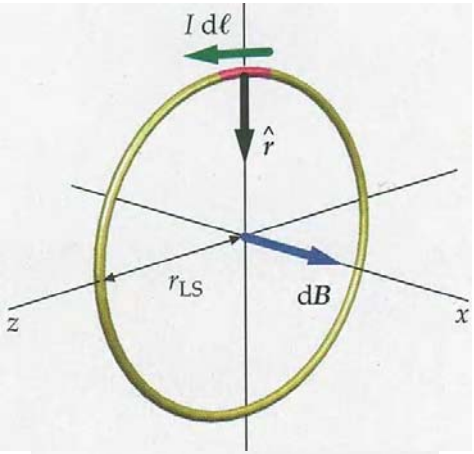
$\vec{B} \parallel d\vec{s}$

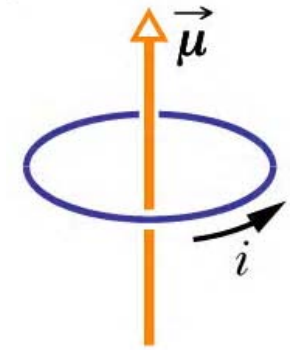
B = const
für r = const

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

5.4 Magnetfeld: Feldlinien

Magnetisches Dipolmoment einer Leiterschleife





***Dipol** kann als **Pfeil** dargestellt werden.*

Eine Leiterschleife trägt ein **magnetisches Dipolmoment μ** **parallel zur Normalen** auf der Schleife.

$$\boxed{|\vec{\mu}| = N \cdot I \cdot A}$$

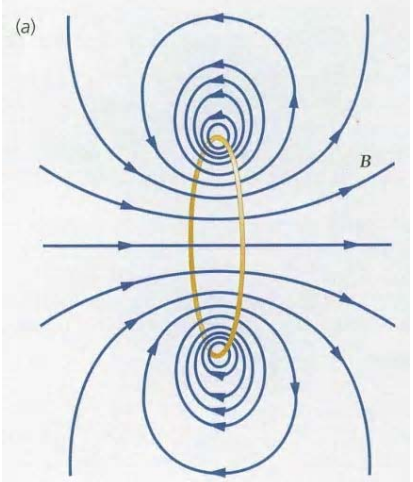
Einheit: 1 A m²

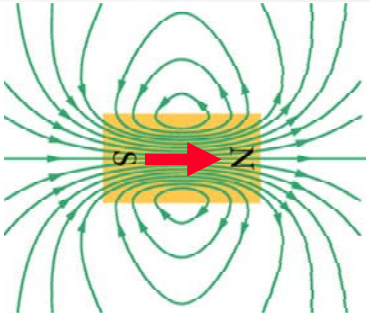
A: Fläche der Leiterschleife

N: Anzahl der Schleifen-Windungen (Spule)

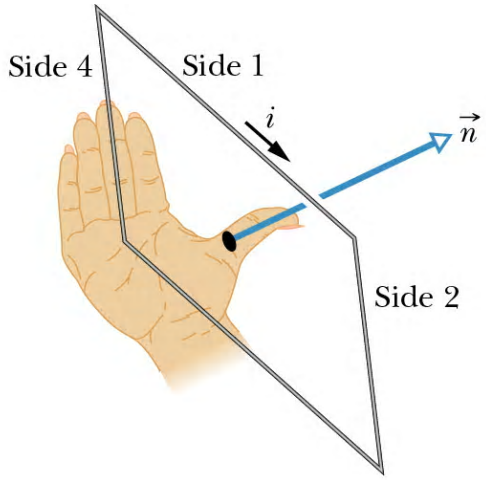
Richtung μ: Rechte-Hand-Regel

(Stromrichtung mit gekrümmten Fingern)





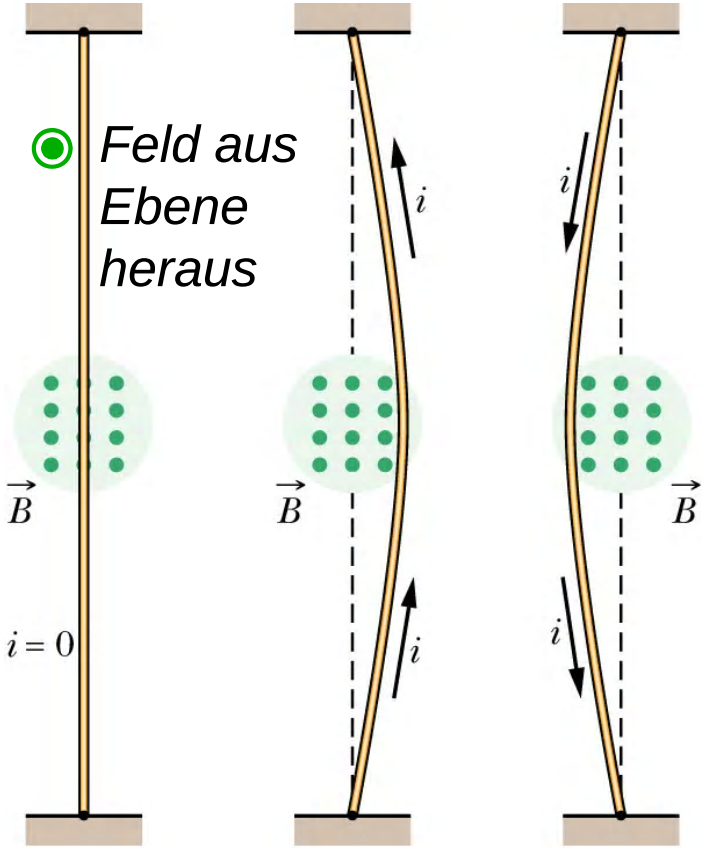
*Für große Abstände entspricht das Feld der Schleife einem **Dipol-Feld.**.*



5.4 Magnetfeld: Lorentz-Kraft auf Strom

Kraft auf stromdurchflossenen Draht der Länge L

$I = q/t$



$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

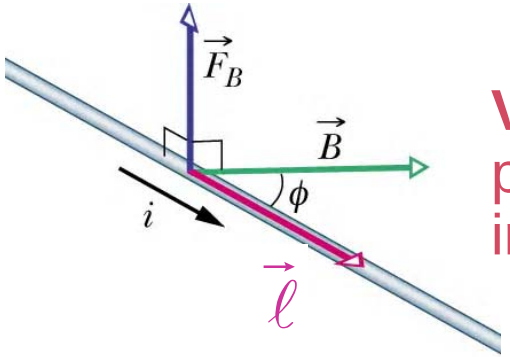
$$q = I \cdot t = I \cdot \frac{\ell}{v}$$

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}}$$

$$F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin \varphi$$

Einheit B:
1 N / (Cm/s) = 1 N / (Am)
= 1 T (Tesla)

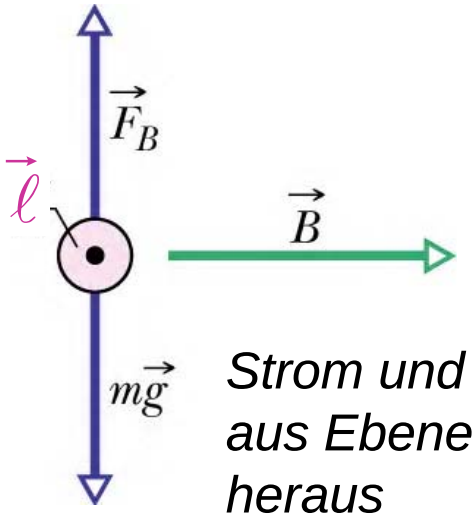
Beide Definitionen sind äquivalent,
Messung von Kraft auf Strom ist einfacher



Vektor $\vec{\ell}$
parallel zum Draht
in Richtung des Stroms
(von + nach -)

5.4 Magnetfeld: Lorentz-Kraft auf Strom

Kraft auf stromdurchflossenen Draht der Länge L



Strom und L aus Ebene heraus

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}} \qquad F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\varphi$$

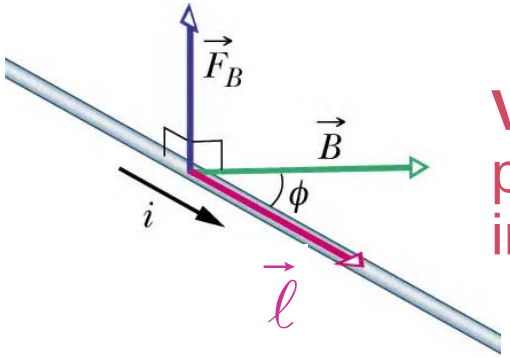
Bsp:

Durch einen geraden, horizontalen Cu-Draht fließt ein Strom I = 1A. Der Draht wiegt 50 g pro Meter Länge. Wie groß muss ein homogenes, horizontales, zum Draht senkrechtes B-Feld sein, damit der Draht schwebt ?

$$I \cdot L \cdot B = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{L \cdot I}$$

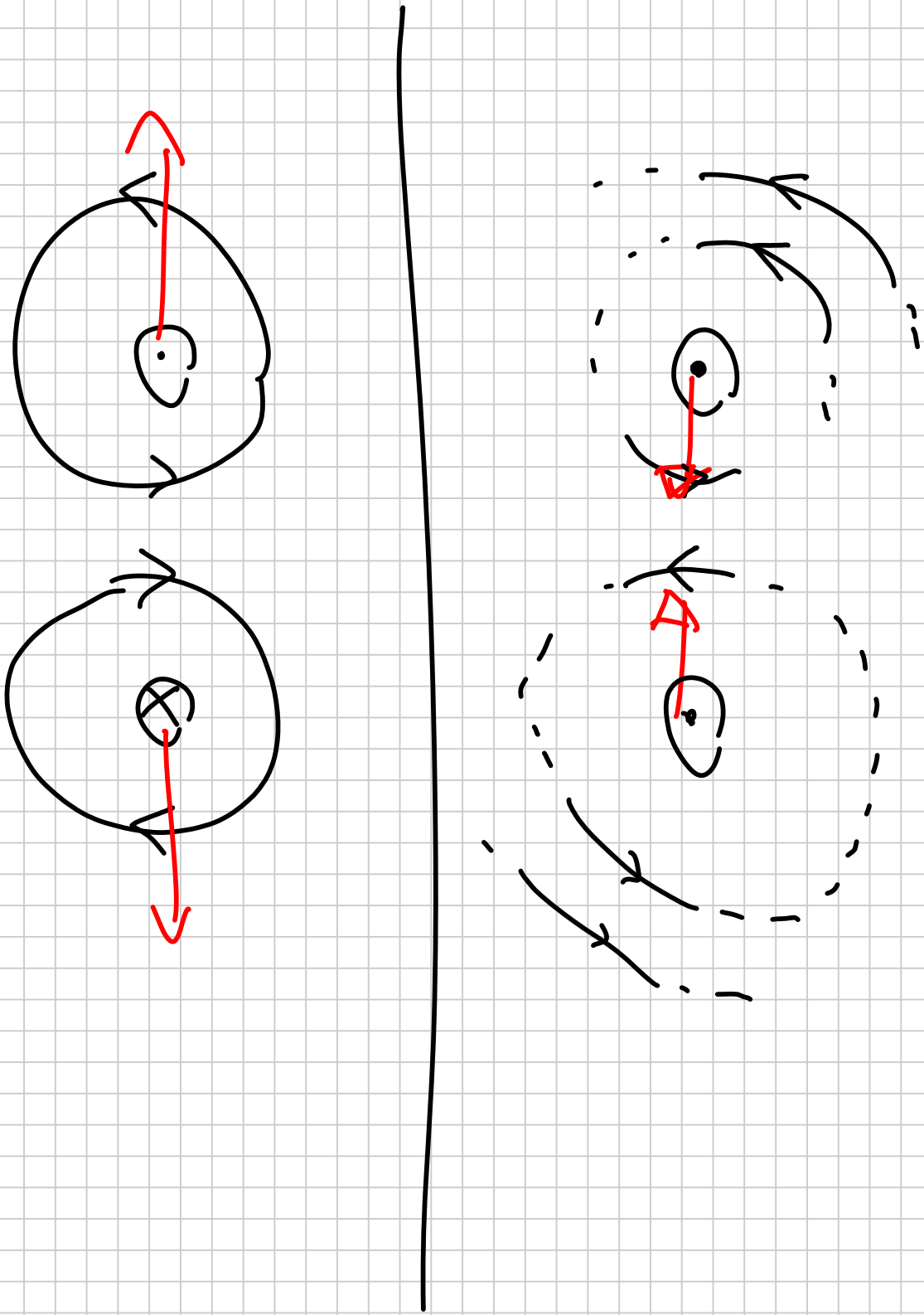
~ 0.050 kg/m 10 m/s^2 / 1A

= 0.5 T



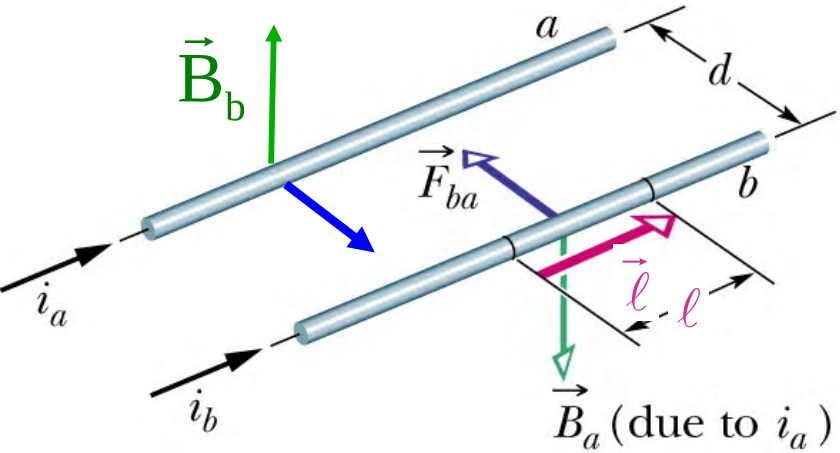
Vektor $\vec{\ell}$
parallel zum Draht
in Richtung des Stroms
(von + nach -)

Typische Werte:
Hochfeldlabor: 40-50 T (Dauer)
großer Elektromagnet: 1 T
kleiner Stabmagnet: 0.01 T
Erdfeld: ½ 10^{-4} T



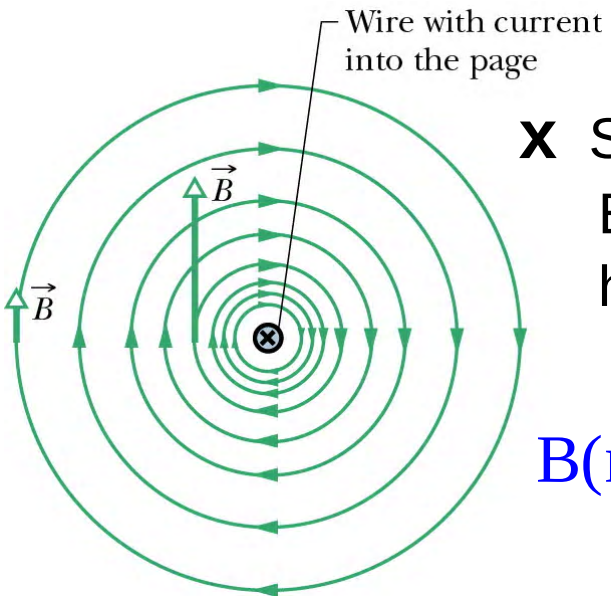
5.4 Magnetfeld: Lorentz-Kraft auf Strom

SI-Definition der Stromstärke



$$\vec{F} = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\ell I_a I_b}{d}$$

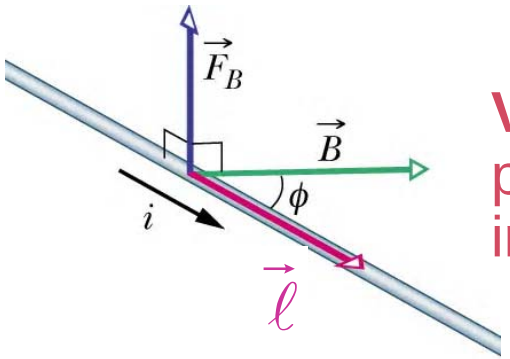


x Strom in Ebene hinein

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$$

Bei zwei parallelen, stromführenden Drähten spürt jeder Draht das B-Feld des anderen.

Parallele Ströme ziehen sich an , antiparallele stoßen sich ab.

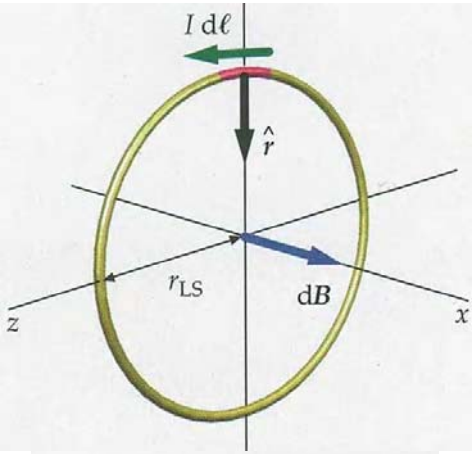


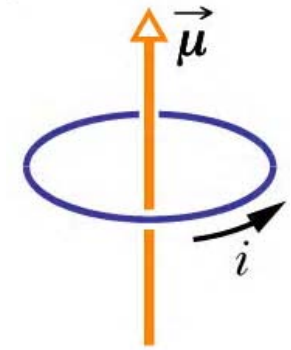
Vektor $\vec{\ell}$
parallel zum Draht
in Richtung des Stroms
(von + nach -)

SI-System
Definition Stromstärke 1 A:
2 gerade, unendlich lange Drähte im Vakuum, Abstand 1 m, mit Kraft F = $2 \cdot 10^{-7}$ N pro Meter Länge.

5.4 Magnetfeld: Feldlinien

Magnetisches Dipolmoment einer Leiterschleife





***Dipol** kann als **Pfeil** dargestellt werden.*

Eine Leiterschleife trägt ein **magnetisches Dipolmoment μ** **parallel zur Normalen** auf der Schleife.

$$\boxed{|\vec{\mu}| = N \cdot I \cdot A}$$

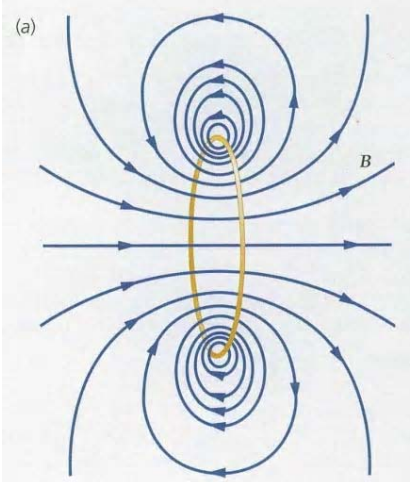
Einheit: 1 A m²

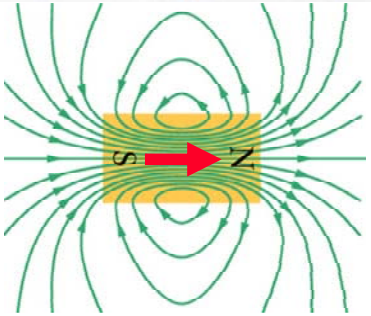
A: Fläche der Leiterschleife

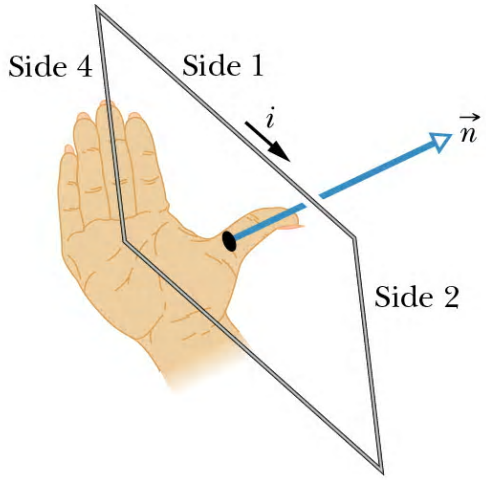
N: Anzahl der Schleifen-Windungen (Spule)

Richtung μ: Rechte-Hand-Regel

(Stromrichtung mit gekrümmten Fingern)







*Für große Abstände entspricht das Feld der Schleife einem **Dipol-Feld**..*

5.4 Magnetfeld: Magnet. Dipol im B-Feld

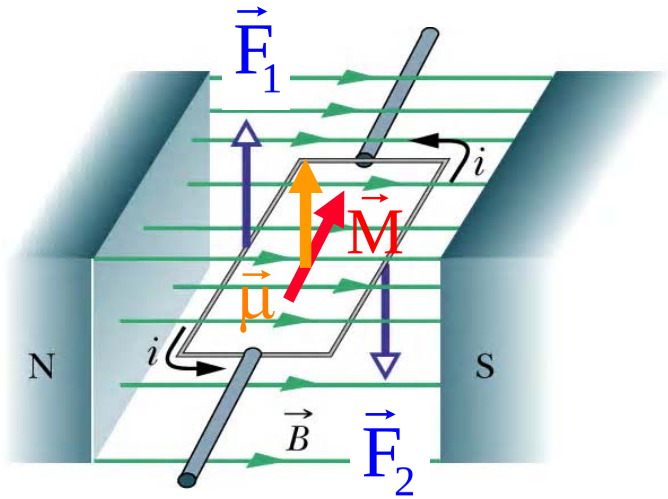
Drehmoment auf magnet. Dipol

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Im homogenen B-Feld erfährt der Dipol μ ein **Drehmoment M**, das μ **parallel zu B** ausrichten will.

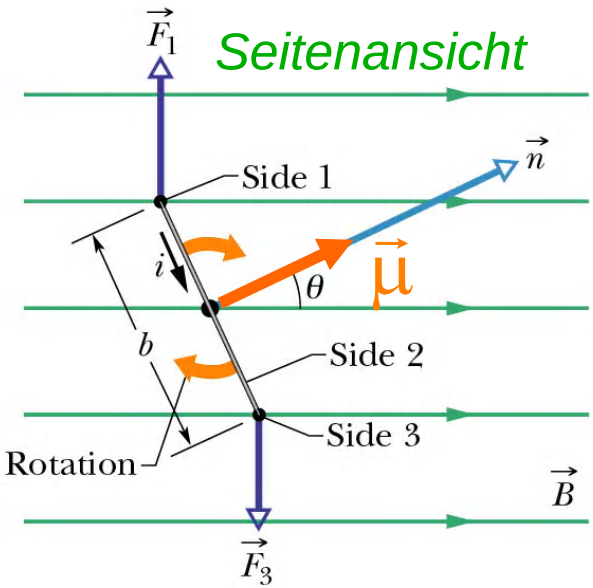
M = 0, wenn μ **||** **B** ⇔ **Energiedifferenz** **E=** $\pm\,\mu$ **B**

Schleife horizontal

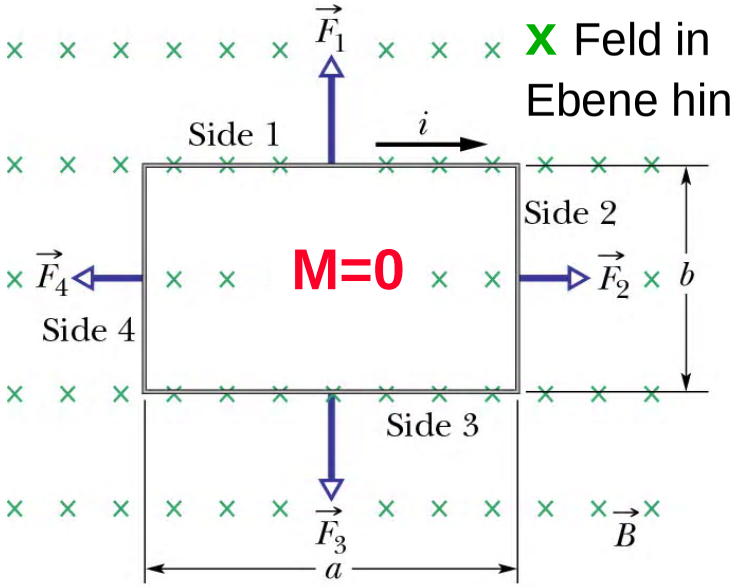


$$\vec{F}_{ges} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

Schleife gekippt



Schleife vertikal *Draufsicht*

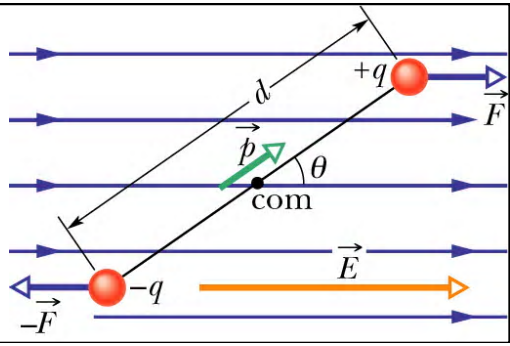


X Feld in Ebene hinein

Anwendung:
- Kompass
- Elektromotor

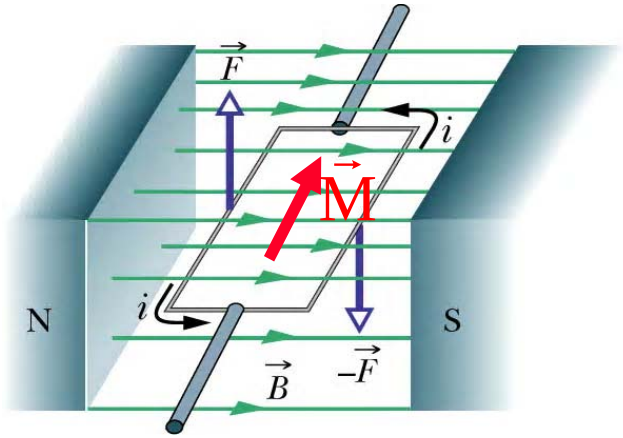
Erinnerung: E-Feld richtet elektr. Dipol parallel zum Feld aus

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$



5.4 Magnetfeld: Induktion

Faradaysches Induktionsgesetz



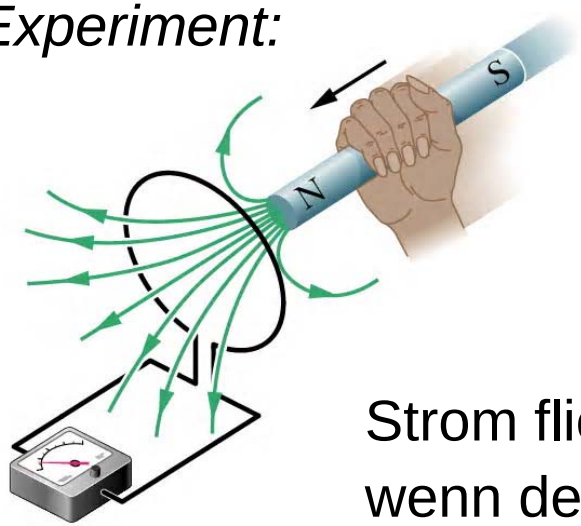
bisher: B-Feld + Strom-Schleife ➔ Drehmoment

Frage: Was passiert, wenn wir die Schleife ohne Strom (!) im B-Feld drehen ?

Antwort: Ein **Strom wird induziert**.

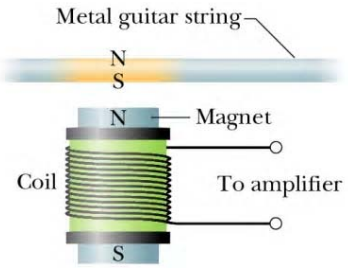
Elektronen erfahren durch die Bewegung im B-Feld eine Lorentz-Kraft

Experiment:



Induktion:
In einer Schleife wird ein **Strom** (bzw. eine **Spannung**) **induziert**, wenn sich die Zahl der Feldlinien durch die Schleife (die **Menge** an B-Feld) **ändert**.

Strom fließt (wird **induziert**), wenn der Magnet relativ zur Schleife bewegt wird.



5.4 Magnetfeld: Induktion

Faradaysches Induktionsgesetz

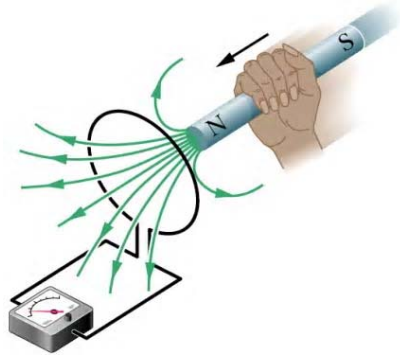
Änderung der Menge an B-Feld:

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Die induzierte Spannung U_{ind} ist proportional zur Änderung des **magnetischen Flusses** Φ.

Minus-Zeichen: Die induzierte Spannung wirkt der Änderung **entgegen.**



Einheit Φ*:* 1 T m^2 = 1 Wb (Weber)

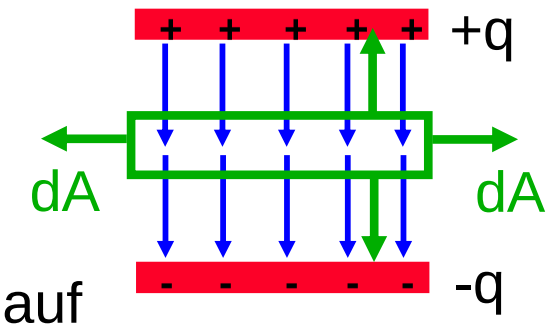
Zur Erinnerung: Satz von Gauß

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Der Fluss Φ_E ist proportional zur Anzahl der Feldlinien, die die geschlossene Fläche A senkrecht durchdringen.

$\oint d\vec{A}$: Integral über **geschlossene** Fläche A

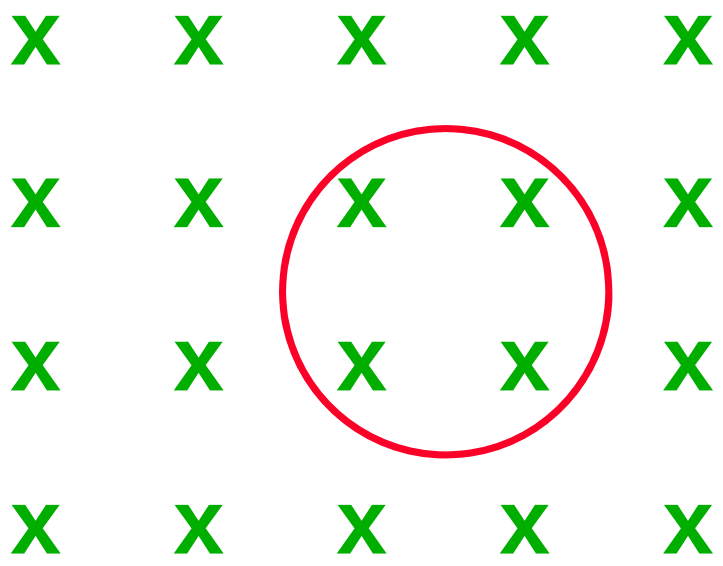
$d\vec{A}$: **Vektor**,
Richtung: **senkrecht** auf dem Flächenelement dA, von innen **nach außen**;
Betrag: **Flächeninhalt** von dA



5.4 Magnetfeld: Induktion

Der magnetische Fluß

$$\boxed{\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}}$$



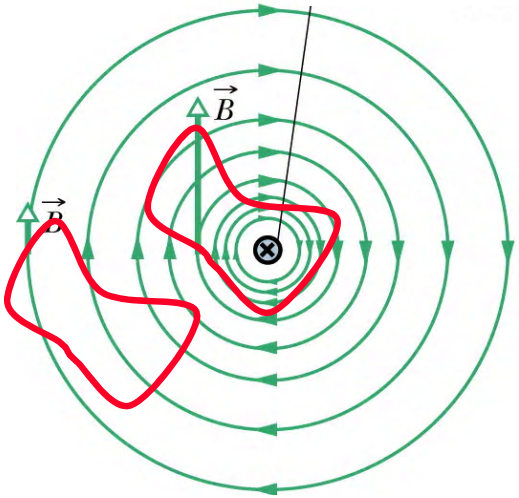
Bsp.: homogenes B-Feld ⊥ zur Zeichenebene;
Kreis in Ebene, d.h. Normale ⊥ zur Ebene;
d.h. B || dA

$$\Phi_B = \int B \cdot dA = B \int dA = B \cdot A$$

übrigens: $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Der magn. Fluss durch eine ***geschlossene*** *Fläche ist* ***Null****,*
weil die ***Feldlinien geschlossen***
sind (es gibt keine magn. Ladungen).



Jede Feldlinie,
die rein geht,
geht auch wieder raus.

$$|\vec{B} \cdot \vec{A}| = B \cdot A \cdot \cos \varphi = \Phi$$

$$\varphi(t) = \omega \cdot t$$

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B \cdot A \cdot \cos \varphi\right)$$

$$= -\frac{d}{dt}\left(B \cdot A \cdot \cos \omega t\right)$$

$$= -B \cdot A\, \omega \left(-\sin \omega t\right)$$

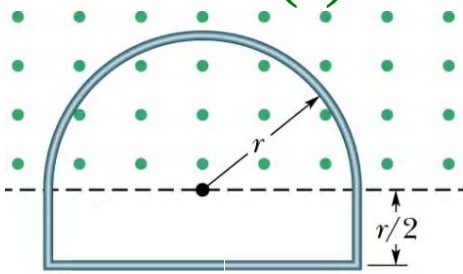
$$= B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

5.4 Magnetfeld: Induktion

Faradaysches Induktionsgesetz

$\Phi = B \cdot A$

$B = B(t)$

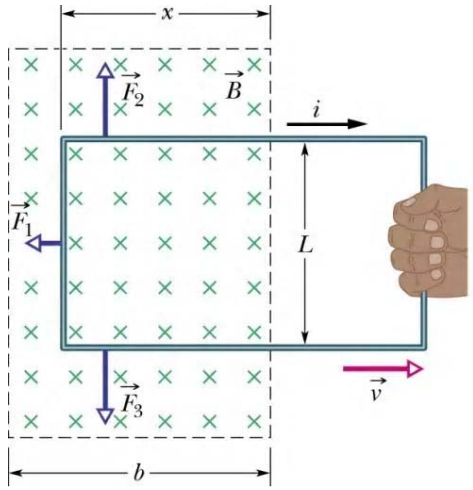


1) Fläche konstant, **Feld ändert** sich:

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{dB(t)}{dt} \cdot A$$

2) Feld konstant, **Fläche ändert** sich:

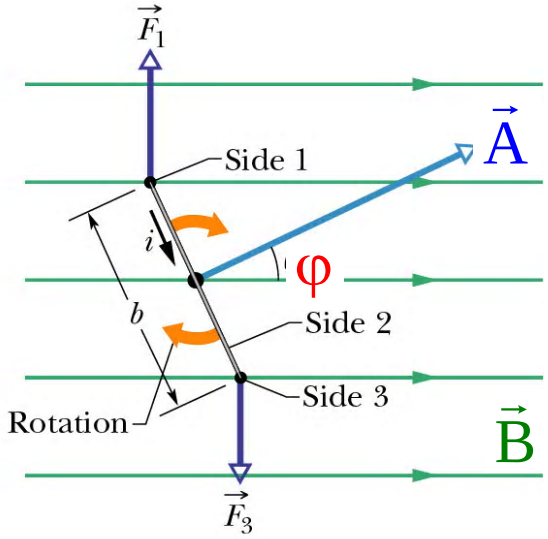
$$U_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \cdot \frac{dA(t)}{dt}$$

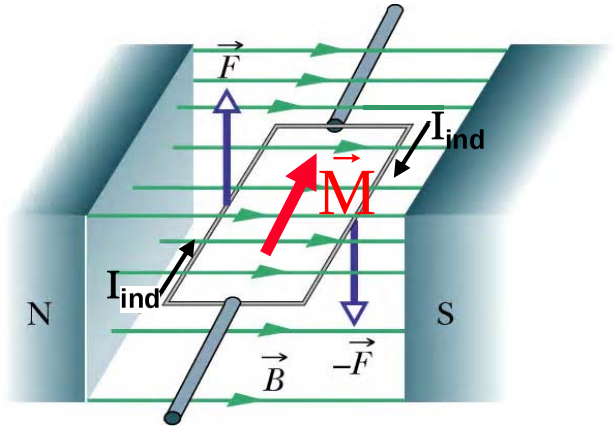


3) A & B konstant, **Winkel ändert** sich:

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = B \cdot A \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} \cdot \sin\varphi(t)$$

$$\left|\vec{B} \cdot \vec{A}\right| = B \cdot A \cdot \cos\varphi \qquad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega$$

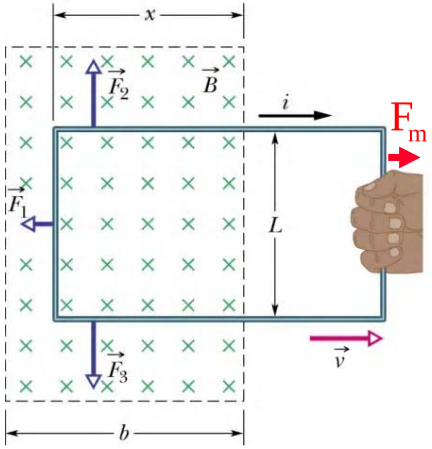


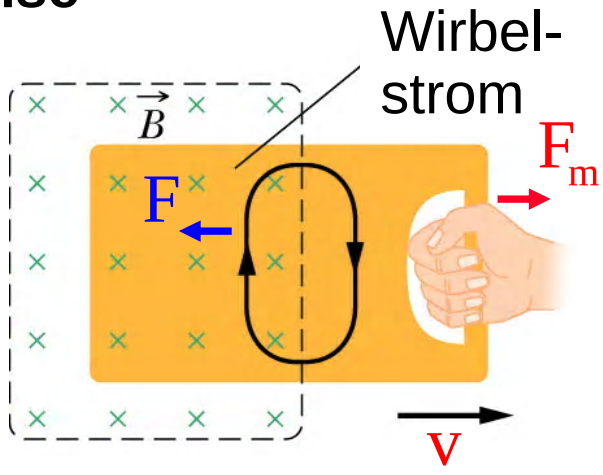


Prinzip des Wechselstromgenerators

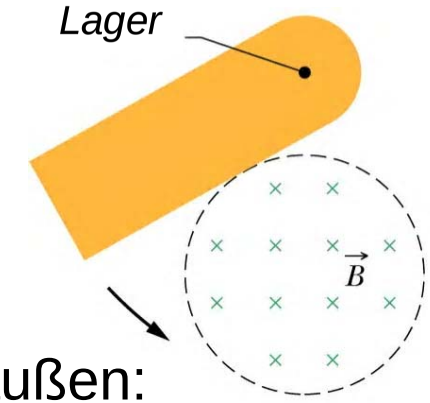
5.4 Magnetfeld (22): Induktion

Wirbelstrombremse





Ersetze die Leiterschleife durch eine **leitfähige Platte**.
Auch in dieser wird ein **Wirbelstrom** induziert (hemmt die Änderung von B•A).
analog: Wasserstrudel

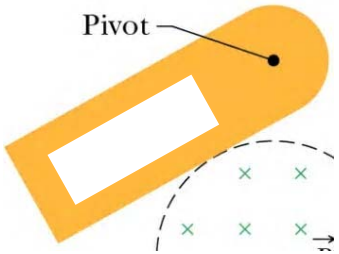


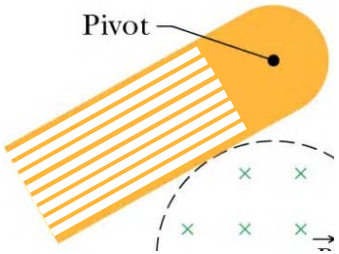
außen:
B=0

Eine **leitfähige Platte** pendelt in ein B-Feld
➔ **(Wirbel-)Strom** wird induziert
➔ durch den Strom wird **Energie in Wärme** umgesetzt
(die Platte hat einen Widerstand; W = U•I•t)
➔ die mechanische **(=kinetische) Energie wird kleiner**
➔ die Platte wird **abgebremst** (durch die Lorentz-Kraft)

Experiment

Welche Platten werden abgebremst ?





5.4 Magnetfeld: Induktion

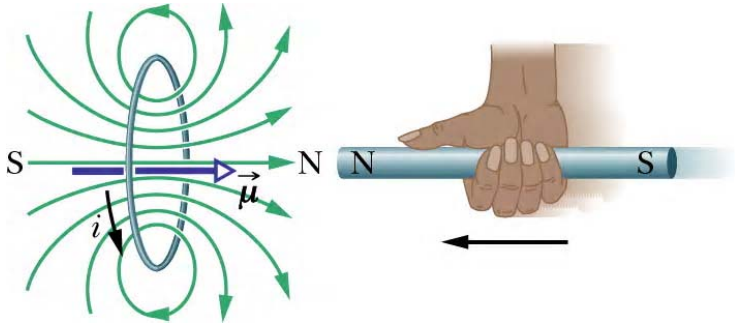
Lenzsche Regel (das Minus-Zeichen)

Eine Änderung des magnetischen Flusses induziert einen Strom.

Frage:

In welche Richtung fließt der Strom ?

Der induzierte Strom ist so gerichtet, dass das von ihm erzeugte B-Feld der **Änderung** des magnetischen Flusses **entgegenwirkt.**



1) Annäherung des Magneten an die Schleife **erhöht den Fluss** Φ (~ B*A) durch die Schleife (Fläche A).

2) Der induzierte Strom I erzeugt ein Magnetfeld B_i, das der **Änderung des Feldes entgegenwirkt**,

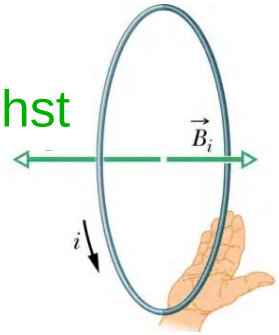
➔ die **Änderung von** Φ **durch A wird verlangsamt**.

3) Ruht der Magnet, so wird kein Strom induziert.

4) Wird der Magnet entfernt, dann wird Φ kleiner. Nun wirkt der induzierte Strom der Verkleinerung entgegen, d.h. er fließt in die andere Richtung.

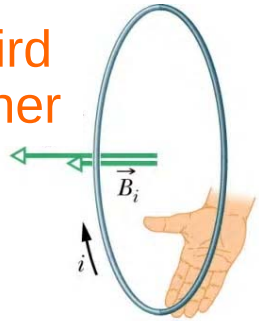
Annäherung:

B wächst



Entfernung:

B wird kleiner



Das induzierte Feld B_I hemmt die Änderung des Flusses.

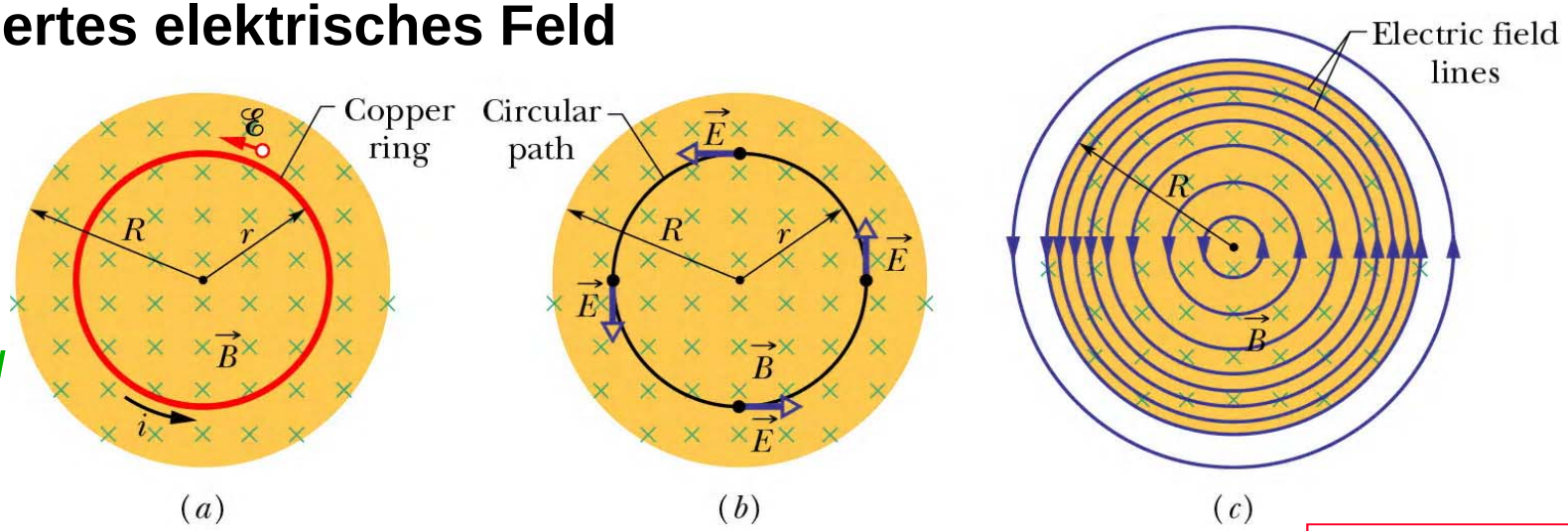
Grund: Energie-Erhaltung

Sonst würde die Änderung immer größer …

5.4 Magnetfeld: Induktion

Induziertes elektrisches Feld

B-Feld in Ebene hinein; nimmt zu



Änderung des B-Feldes induziert eine Spannung und somit auch **ein E-Feld** (auch im Vakuum).

Das induzierte E-Feld ist ein **Wirbelfeld (geschlossene Feldlinien !)** ➔ im Gegensatz zu statischen E-Feldern ist das Potential für induzierte E-Felder **nicht** definiert.

Eine Probeladung wird hier durch die Änderung des B-Feldes beschleunigt, nicht durch statische Ladungen.

$$U_{ind} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

*Integral über geschlossenen **Weg***

Elektrostatik:

$$U_{ab} = \varphi_b - \varphi_a = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

Analog: Änderung des E-Feldes induziert ein B-Feld

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

➔ *elektromagnetische Wellen*